

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 120 phút;
(không kể thời gian phát đề)

Bài 1. Rút gọn biểu thức: $A = 3\sqrt{48} + \sqrt{75} - 2\sqrt{108}$.

Bài 2. Giải hệ phương trình và phương trình:

a) $\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ -x + y = 1 \end{cases}$ b) $x^4 + 7x^2 - 18 = 0$.

Bài 3. Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) .

- a) Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.
b) Tìm giá trị của m để đường thẳng $(d): y = 2x - 3m$ (với m là tham số) cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1x_2^2 - x_2(3m + 2x_1) = 12$.

Bài 4. Trong giai đoạn phòng chống đại dịch Covid-19, Bộ Y tế khuyến cáo người dân thực hiện nghiêm túc thông điệp 5K, trong đó có yêu cầu giữ vệ sinh và “Khử khuẩn”.

Theo kế hoạch một công ty phải sản xuất 4000 chai dung dịch khử khuẩn trong một thời gian quy định (số chai dung dịch khử khuẩn sản xuất trong mỗi ngày là bằng nhau). Để tăng cường phòng chống dịch, mỗi ngày công ty đã sản xuất nhiều hơn dự định 100 chai dung dịch khử khuẩn. Do đó, công ty đã hoàn thành công việc trước thời hạn 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày công ty sản xuất bao nhiêu chai dung dịch khử khuẩn?

Bài 5. Từ điểm S nằm ngoài đường tròn tâm O , vẽ hai tiếp tuyến SA, SB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm) và cát tuyến SCD không đi qua O (C nằm giữa S và D). Gọi K là giao điểm của SO với cung nhỏ AB và H là giao điểm của SO với đoạn thẳng AB . Chứng minh:

- a) Tứ giác $SAOB$ nội tiếp.
b) $SA^2 = SC \cdot SD$.
c) $\widehat{SCK} = \widehat{HCK}$.

Bài 6. Công trình vòng xoay đường Trần Hưng Đạo và đường Lê Hồng Phong ở Thành phố Sóc Trăng có mô hình của một quả địa cầu với đường kính bằng 5 mét, bề mặt được làm từ tấm hợp kim. Tính diện tích mặt cầu ứng với mô hình đó.

HẾT

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Bài 1. Rút gọn biểu thức: $A = 3\sqrt{48} + \sqrt{75} - 2\sqrt{108}$.

Lời giải

$$\begin{aligned}A &= 3\sqrt{48} + \sqrt{75} - 2\sqrt{108} \\&= 3\sqrt{16 \cdot 3} + \sqrt{25 \cdot 3} - 2\sqrt{36 \cdot 3} \\&= 12\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 12\sqrt{3} = 5\sqrt{3}\end{aligned}$$

Vậy $A = 5\sqrt{3}$.

Bài 2. Giải hệ phương trình và phương trình:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ -x + y = 1 \end{cases} \quad \text{b) } x^4 + 7x^2 - 18 = 0$$

Lời giải

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ -x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ -2x + 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = 10 \\ -x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (1; 2)$.

$$\text{b) Đặt } t = x^2 (t \geq 0); \text{ ta có phương trình: } t^2 + 7t - 18 = 0$$

Ta có: $\Delta = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18) = 121 = 11^2 > 0$ nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} t_1 = \frac{-7+11}{2} = 2 (tm) \\ t_2 = \frac{-7-11}{2} = -9 (ktm) \end{cases}$$

Với $t = 2$ ta có: $x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{\pm\sqrt{2}\}$.

Bài 3. Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) .

a) Vẽ đồ thị (P) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

b) Tìm giá trị của m để đường thẳng $(d): y = 2x - 3m$ (với m là tham số) cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1 x_2^2 - x_2 (3m + 2x_1) = 12$.

Lời giải

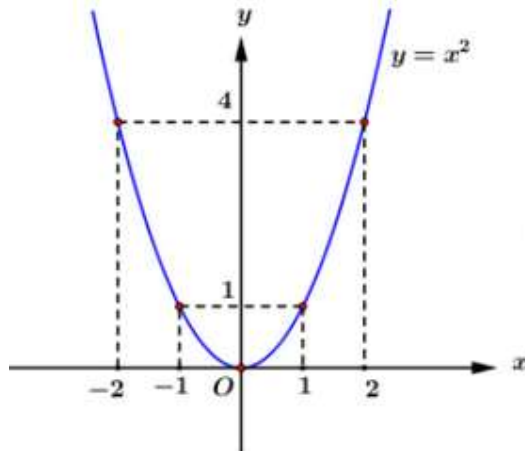
a) Vì $a > 1$ nên parabol $(P): y = x^2$ có bề lõm hướng lên và nhận Oy làm trục đối xứng. Hàm số đồng biến khi $x > 0$ và nghịch biến khi $x < 0$.

Ta có bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Suy ra parabol $(P): y = x^2$ đi qua các điểm $(-2; 4), (-1; 1), (0; 0), (1; 1), (2; 4)$.

Ta có đồ thị parabol $(P): y = x^2$:



- b) Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 = 2x - 3m \Leftrightarrow x^2 - 2x + 3m = 0$ (*)
 Để đường thẳng (d): $y = 2x - 3m$ cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thì phương trình (*) phải có hai nghiệm $x_1; x_2$.

$$\Rightarrow \Delta' = 1 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{3}$$

Theo định lí Viet, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = 3m \end{cases}$$

Vì x_2 là nghiệm của phương trình (*) nên $x_2^2 - 2x_2 + 3m = 0 \Leftrightarrow 3m = 2x_2 - x_2^2$

$$\Rightarrow x_1 x_2^2 - x_2 (2x_2 - x_2^2 + 2x_1) = 12$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2^2 + x_2^3 - 2x_2 (x_1 + x_2) = 12$$

$$\Leftrightarrow x_2^2 (x_1 + x_2) - 2x_2 (x_1 + x_2) = 12$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)(x_2^2 - 2x_2) = 12$$

$$\Leftrightarrow 2x_2^2 - 4x_2 = 12$$

$$\Leftrightarrow x_2^2 - 2x_2 = 6$$

$$\Rightarrow -3m - 6 = 0 \Leftrightarrow m = -2(tm)$$

Vậy $m = -2$.

Bài 4. Trong giai đoạn phòng chống đại dịch Covid-19, Bộ Y tế khuyến cáo người dân thực hiện nghiêm túc thông điệp 5K, trong đó có yêu cầu giữ vệ sinh và “Khử khuẩn”.

Theo kế hoạch một công ty phải sản xuất 4000 chai dung dịch khử khuẩn trong một thời gian quy định (số chai dung dịch khử khuẩn sản xuất trong mỗi ngày là bằng nhau). Để tăng cường phòng chống dịch, mỗi ngày công ty đã sản xuất nhiều hơn dự định 100 chai dung dịch khử khuẩn. Do đó, công ty đã hoàn thành công việc trước thời hạn 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày công ty sản xuất bao nhiêu chai dung dịch khử khuẩn?

Lời giải

Gọi số chai dung dịch khử khuẩn mỗi ngày công ty đó sản xuất theo kế hoạch là x (chai, $x \in \mathbb{N}^*$).

Thời gian để sản xuất 4000 chai dung dịch khử khuẩn theo kế hoạch là $\frac{4000}{x}$ (ngày).

Thực tế mỗi ngày công ty đó sản xuất được $x + 100$ (chai).

Thời gian thực tế để sản xuất 4000 chai dung dịch khử khuẩn là $\frac{4000}{x+100}$ (ngày).

Vì công ty đã hoàn thành công việc trước thời hạn 2 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{4000}{x} - \frac{4000}{x+100} = 2$$

$$\Rightarrow 4000(x+100) - 4000x = 2x(x+100)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 200x - 400000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 100x - 200000 = 0$$

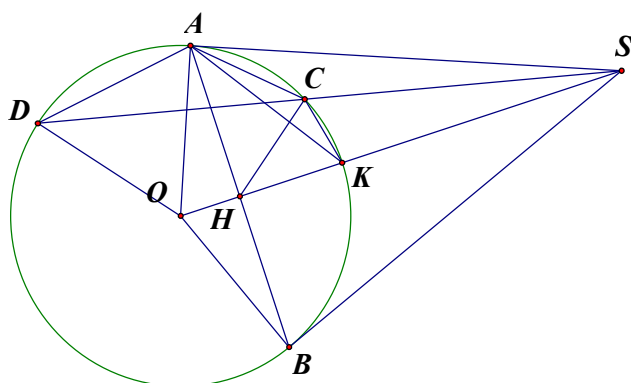
Ta có: $\Delta' = 50^2 + 200000 = 202500 = 450^2 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} x = -50 + 450 = 400(tm) \\ x = -50 - 450 = -500(ktm) \end{cases}$$

Vậy số chai dung dịch khử khuẩn mỗi ngày công ty đó sản xuất theo kế hoạch là 400 chai.

Bài 5. Từ điểm S nằm ngoài đường tròn tâm O, vẽ hai tiếp tuyến SA, SB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm) và cát tuyến SCD không đi qua O (C nằm giữa S và D). Gọi K là giao điểm của SO với cung nhỏ AB và H là giao điểm của SO với đoạn thẳng AB. Chứng minh:

- Tứ giác SAOB nội tiếp.
- $SA^2 = SC \cdot SD$.
- $\widehat{SCK} = \widehat{HCK}$.



Lời giải

- Ta có: $\widehat{SAO} = \widehat{SBO} = 90^\circ$ (vì SA, SB là tiếp tuyến của đường tròn (O)).
Xét tứ giác SAOB ta có: $\widehat{SAO} + \widehat{SBO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ nên tứ giác SAOB nội tiếp.
- Xét $\triangle SAC$ và $\triangle SDA$ ta có:
 $\widehat{ASD}$ chung
 $\widehat{SAC} = \widehat{SDA}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung AC).
 $\Rightarrow \triangle SAC$ đồng dạng với $\triangle SDA$ (g-g) $\Rightarrow \frac{SA}{SD} = \frac{SC}{SA}$ (2 cạnh tương ứng).
Vậy $SA^2 = SC \cdot SD$ (đpcm).
- Áp dụng hệ thức lượng vào $\triangle SAO$ vuông tại A, đường cao AH ta có:
 $SH \cdot SO = SC \cdot SD \Rightarrow \frac{SH}{SD} = \frac{SC}{SO} (*)$
Xét tam giác SHC và tam giác SDO ta có:

$$\frac{SH}{SD} = \frac{SC}{SO}$$

$\widehat{DSO}$ chung

$\Rightarrow \triangle SHC$ đồng dạng với $\triangle SDO$ (g-c-g)

$$\Rightarrow \frac{SC}{HC} = \frac{SO}{DO} = \frac{SO}{OA} \text{ hay } \frac{SC}{CH} = \frac{SO}{OA} \quad (1) \text{ (vì } OD = OA)$$

Lại có $\widehat{SAK} = \widehat{KAH}$ (cùng chắn 2 cung bằng nhau) $\Rightarrow AK$ là đường phân giác của $\widehat{SAH}$.

Theo tính chất đường phân giác của tam giác, ta có: $\frac{SK}{KH} = \frac{SA}{AH} \quad (2)$

Xét $\triangle SHA$ và $\triangle SAO$ ta có:

$\widehat{OSA}$ chung

$$\widehat{SHA} = \widehat{SAO} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle SHA \text{ đồng dạng với } \triangle SAO \text{ (g - g)} \Rightarrow \frac{SO}{OA} = \frac{SA}{AH} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1) (2) (3) suy ra } \frac{SC}{CH} = \frac{SK}{KH}.$$

Do đó CK là tia phân giác của góc $\widehat{SCH} \Rightarrow \widehat{SCK} = \widehat{HCK}$.

Bài 6. Công trình vòng xoay đường Trần Hưng Đạo và đường Lê Hồng Phong ở Thành phố Sóc Trăng có mô hình của một quả địa cầu với đường kính bằng 5 mét, bề mặt được làm từ tấm hợp kim. Tính diện tích mặt cầu ứng với mô hình đó.

Lời giải

Mặt cầu ứng với mô hình đó có bán kính $R = 2,5$ m nên diện tích mặt cầu ứng với mô hình đó là:

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 2,5^2 = 25\pi \text{ (m}^2\text{)}$$

Vậy diện tích mặt cầu ứng với mô hình đó là $25\pi \text{ (m}^2\text{)}$.

_____ **THCS.TOANMATH.com** _____