

Bài 1: (2,0 điểm)

1. Thực hiện phép tính: $7\sqrt{16} + 2\sqrt{9}$.

2. Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) .

a) Vẽ (P) .

b) Bằng phép tính, tìm tọa độ các giao điểm của (P) và đường thẳng $(d): y = -x + 2$.

Bài 2: (2,0 điểm)

1. Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 + x - 12 = 0$.

$$b) \begin{cases} 2x - y = -3 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$$

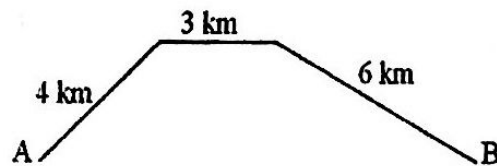
2. Cho phương trình (ẩn x): $x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 7 = 0$.

a) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = x_1x_2 + 12$.

Bài 3: (1,5 điểm)

Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc dài 4 km, một đoạn bằng phẳng dài 3 km và một đoạn xuống dốc dài 6 km (như hình vẽ). Một người đi xe đạp từ A đến B và quay về A ngay hết tổng cộng 130 phút. Biết rằng vận tốc người đó đi trên đoạn đường bằng phẳng là 12 km/h và vận tốc xuống dốc lớn hơn vận tốc lên dốc 5 km/h (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lúc lên dốc và lúc xuống dốc của người đó.



Bài 4: (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O, R) và điểm S nằm bên ngoài đường tròn, $SO = d$. Kẻ các tiếp tuyến SA, SB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm).

a) Chứng minh rằng 4 điểm S, O, A, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Trong trường hợp $d = 2R$, tính độ dài đoạn thẳng AB theo R .

c) Gọi C là điểm đối xứng của B qua O . Đường thẳng SC cắt đường tròn (O) tại D (khác C). Hai đường thẳng AD và SO cắt nhau tại M . Chứng minh rằng $SM^2 = MD \cdot MA$.

d) Tìm mối liên hệ giữa d và R để tứ giác $OAMB$ là hình thoi.

Bài 5: (1,0 điểm) Cho x là số thực bất kỳ. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \frac{x^2 + 7}{\sqrt{x^2 + 3}} + \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{x^2 + 7}$$

HẾT

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Bài 1: (2,0 điểm)

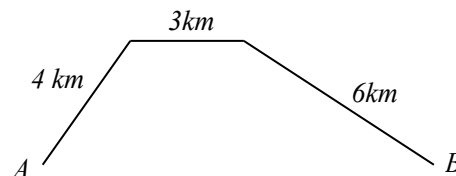
- Thực hiện phép tính: $7\sqrt{16} + 2\sqrt{9}$.
- Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) .
 - Vẽ (P) .
 - Bằng phép tính, tìm tọa độ các giao điểm của (P) và đường thẳng $(d): y = -x + 2$.

Bài 2: (2,0 điểm)

- Giải phương trình và hệ phương trình sau:
 - $x^2 + x - 12 = 0$
 - $\begin{cases} 2x - y = -3 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$
- Cho phương trình (ẩn x): $x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 7 = 0$.
 - Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt.
 - Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = x_1x_2 + 12$.

Bài 3: (1,5 điểm)

Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc dài 4 km, một đoạn bằng phẳng dài 3 km và một đoạn xuống dốc dài 6 km (như hình vẽ). Một người đi xe đạp từ A đến B và quay về A ngay hết tổng cộng 130 phút. Biết rằng vận tốc người đó đi trên đoạn đường bằng phẳng là 12 km/h và vận tốc xuống dốc lớn hơn vận tốc lên dốc 5 km/h (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lúc lên dốc và lúc xuống dốc của người đó.



Bài 4: (3,5 điểm)

- Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm S nằm bên ngoài đường tròn, $SO = d$. Kẻ các tiếp tuyến SA, SB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm).
- Chứng minh rằng 4 điểm S, O, A, B cùng thuộc một đường tròn.
 - Trong trường hợp $d = 2R$, tính độ dài đoạn thẳng AB theo R .
 - Gọi C là điểm đối xứng của B qua O . Đường thẳng SC cắt đường tròn (O) tại D (khác C). Hai đường thẳng AB và SO cắt nhau tại M . Chứng minh rằng $SM^2 = MD.MA$.
 - Tìm mối liên hệ giữa d và R để tứ giác $OAMB$ là hình thoi.

Bài 5: (1,0 điểm)

Cho x là số thực bất kỳ. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{x^2 + 7}{\sqrt{x^2 + 3}} + \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{x^2 + 7}$

❧HẾT❧

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Bài 1: (2,0 điểm)

1. Thực hiện phép tính: $7\sqrt{16} + 2\sqrt{9}$.

2. Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị (P) .

a) Vẽ (P) .

b) Bằng phép tính, tìm tọa độ các giao điểm của (P) và đường thẳng $(d): y = -x + 2$.

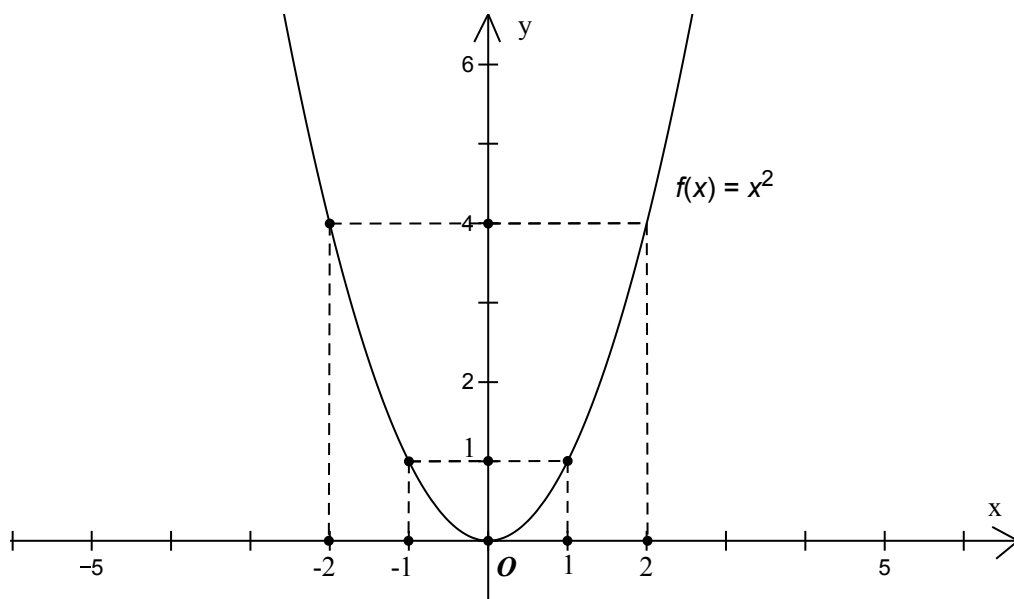
Lời giải

1. $7\sqrt{16} + 2\sqrt{9} = 7.4 + 2.3 = 28 + 6 = 34$.

2. a) Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2$ (P) , ta có bảng sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Vậy đồ thị hàm số $y = x^2$ (P) là Pa-ra-bol đi qua $(-2;4), (-1;1), (0;0), (1;1), (2;4)$ và nhận Oy làm trục đối xứng.



b) Hoành độ giao điểm của $(P): y = x^2$ và $(d): y = -x + 2$ là nghiệm của phương trình:

$$x^2 = -x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

Vì $a + b + c = 1 + 1 + (-2) = 0$ nên phương trình có hai nghiệm $x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a} = -2$.

Với $x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 1^1 = 1$.

Với $x_2 = -2 \Rightarrow y_2 = (-2)^2 = 4$.

Vậy ta có hai giao điểm của (P) và (d) là $(1;1)$ và $(-2;4)$.

Bài 2: (2,0 điểm)

1. Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 + x - 12 = 0$ b) $\begin{cases} 2x - y = -3 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$

2. Cho phương trình (ẩn x): $x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 7 = 0$.

a) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình. Tìm m để $x_1^2 + x_2^2 = x_1 x_2 + 12$.

Lời giải

1. Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 + x - 12 = 0$

$$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 49 > 0 \Rightarrow \text{phương trình có hai nghiệm phân biệt}$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{49}}{2.1} = 3; \quad x_{12} = \frac{-1 - \sqrt{49}}{2.1} = -4.$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là $S = \{3; -4\}$.

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - y = -3 \\ x + 3y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = -3 \\ 2x + 6y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7y = 11 \\ x = 4 - 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{11}{7} \\ x = 4 - 3 \cdot \frac{11}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{11}{7} \\ x = \frac{-5}{7} \end{cases}.$$

Vậy hệ phương trình có tập nghiệm là $S = \left\{ \left(\frac{-5}{7}; \frac{11}{7} \right) \right\}$.

2. Xét phương trình (ẩn x): $x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 7 = 0$ (1).

a) Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow [-(m+2)]^2 - 1 \cdot (m^2 + 7) > 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 - m^2 - 7 > 0$$

$$\Leftrightarrow 4m - 3 > 0 \Leftrightarrow 4m > 3 \Leftrightarrow m > \frac{3}{4}.$$

Vậy $m > \frac{3}{4}$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

b) Với $m > \frac{3}{4}$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 , theo hệ thức Vi-et, ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+2) \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 + 7 \end{cases}.$$

Theo bài ra ta có:

$$x_1^2 + x_2^2 = x_1x_2 + 12 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 - 12 = 0 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 - 12 = 0 \text{ .}$$

Thay hệ thức Vi-et vào ta có:

$$[2(m+2)]^2 - 3(m^2 + 7) - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 16m + 16 - 3m^2 - 21 - 12 = 0$$

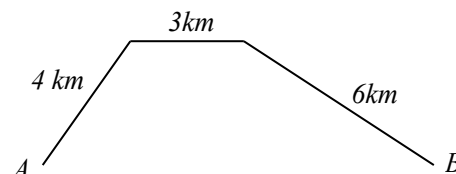
$$\Leftrightarrow m^2 + 16m - 17 = 0$$

Vì $a + b + c = 1 + 16 + (-17) = 0$ nên phương trình có hai nghiệm: $m_1 = 1$ (thỏa mãn); $m_2 = -17$ (loại).

Vậy $m_1 = 1$ là giá trị cần tìm.

Bài 3: (1,5 điểm)

Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc dài 4 km, một đoạn bằng phẳng dài 3 km và một đoạn xuống dốc dài 6 km (như hình vẽ). Một người đi xe đạp từ A đến B và quay về A ngay hết tổng cộng 130 phút. Biết rằng vận tốc người đó đi trên đoạn đường bằng phẳng là 12 km/h và vận tốc xuống dốc lớn hơn vận tốc lên dốc 5 km/h (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lúc lên dốc và lúc xuống dốc của người đó.



Lời giải

Gọi vận của người đi xe đạp lúc lên dốc là x (km/h), ($x > 0$).

Ta có vận tốc của người đi xe đạp lúc xuống dốc là $x + 5$ (km/h).

Thời gian đi đoạn lên dốc là: $\frac{4+6}{x} = \frac{10}{x}$ (h).

Thời gian đi đoạn bằng phẳng là: $\frac{3+3}{12} = \frac{1}{2}$ (h).

Thời gian đi đoạn xuống dốc là: $\frac{6+4}{x+5} = \frac{10}{x+5}$ (h).

Vì tổng thời gian đi và về hết 130 phút $= \frac{13}{6}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{10}{x} + \frac{1}{2} + \frac{10}{x+5} = \frac{13}{6} \Leftrightarrow \frac{10}{x} + \frac{10}{x+5} = \frac{10}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow 6(x+5) + 6x = x(x+5) \Leftrightarrow 6x + 30 + 6x = x^2 + 5x \Leftrightarrow x^2 - 7x - 30 = 0$$

Giải phương trình ta được $x_1 = -3$ (loại); $x_2 = 10$ (thỏa mãn).

Vậy vận của người đi xe đạp lúc lên dốc là 10 km/h, vận tốc của người đi xe đạp lúc xuống dốc là 15 km/h.

Bài 4: (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm S nằm bên ngoài đường tròn, $SO = d$. Kẻ các tiếp tuyến SA, SB với đường tròn (A, B là các tiếp điểm).

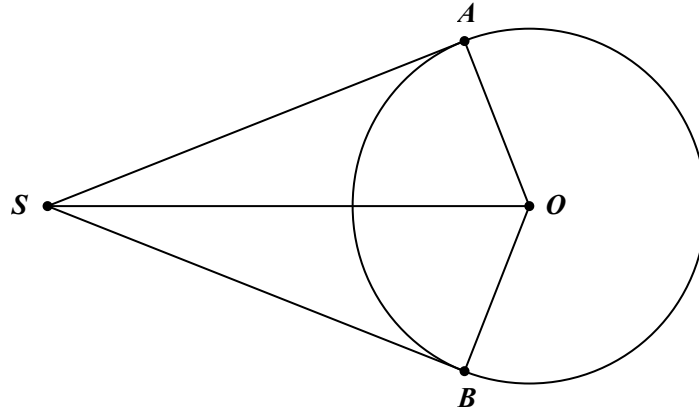
a) Chứng minh rằng 4 điểm S, O, A, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Trong trường hợp $d = 2R$, tính độ dài đoạn thẳng AB theo R .

c) Gọi C là điểm đối xứng của B qua O . Đường thẳng SC cắt đường tròn (O) tại D (khác C). Hai đường thẳng AB và SO cắt nhau tại M . Chứng minh rằng $SM^2 = MD.MA$.

d) Tìm mối liên hệ giữa d và R để tứ giác $OAMB$ là hình thoi.

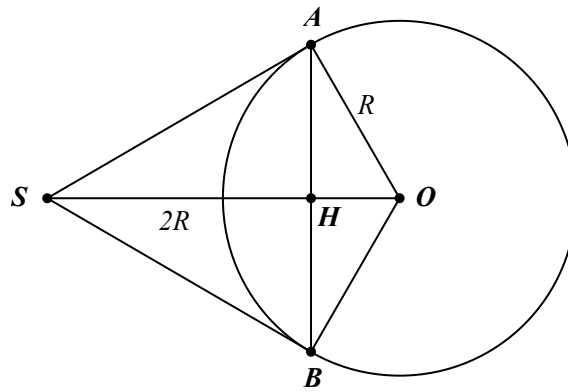
Lời giải



a) Chứng minh rằng 4 điểm S, O, A, B cùng thuộc một đường tròn.

Ta có SA, SB là hai tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow \widehat{SAO} = \widehat{SBO} = 90^\circ$ (tính chất của tiếp tuyến) $\Rightarrow$ 4 điểm S, O, A, B cùng thuộc đường tròn đường kính SO .

b) Trong trường hợp $d = 2R$, tính độ dài đoạn thẳng AB theo R .



Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có $SA = SB$ mà $OA = OB$ (bán kính của (O)) $\Rightarrow SO$ là trung trực của $AB \Rightarrow SO \perp AB$ tại trung điểm H của $AB \Rightarrow AB = 2AH$;

Trong $\triangle SAO$ vuông tại A , theo định lý Pi-ta-go, ta có

$$SO^2 = AO^2 + SA^2 \Rightarrow SA = \sqrt{SO^2 - AO^2} = \sqrt{(2R)^2 - R^2} = R\sqrt{3}.$$

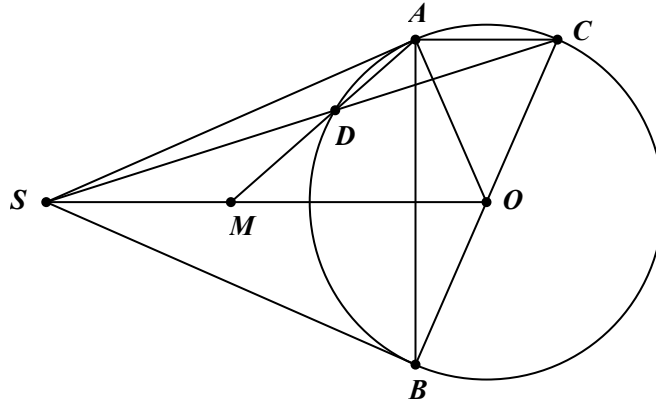
Trong $\triangle SAO$ vuông tại A , có AH là đường cao, theo hệ thức lượng, ta có

$$AH \cdot SO = SA \cdot AO \Rightarrow AH = \frac{SA \cdot AO}{SO} = \frac{R\sqrt{3} \cdot R}{2R} = \frac{R\sqrt{3}}{2};$$

$$\Rightarrow AB = 2AH = 2 \cdot \frac{R\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}.$$

Vậy $AB = R\sqrt{3}$.

c) Gọi C là điểm đối xứng của B qua O . Đường thẳng SC cắt đường tròn (O) tại D (khác C). Hai đường thẳng AB và SO cắt nhau tại M . Chứng minh rằng $SM^2 = MD \cdot MA$.



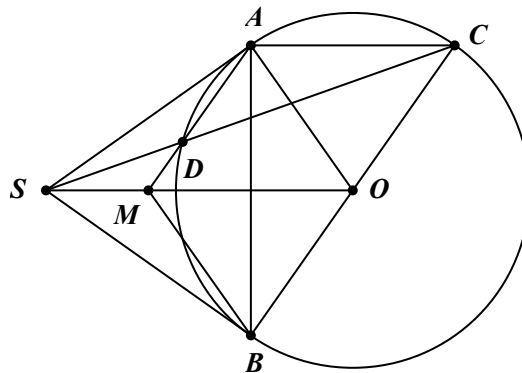
Xét $\triangle MSD$ và $\triangle MAS$ có:

$\widehat{M}$ chung;

Vì C đối xứng với B qua $O \Rightarrow O$ là trung điểm của $BC \Rightarrow BC$ là đường kính của (O)
 $\Rightarrow \widehat{BAC} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AC \perp AB \Rightarrow AC \parallel SO$ (cùng vuông góc với AB) $\Rightarrow \widehat{MSD} = \widehat{DCA}$ (hai góc so le trong); $\widehat{DCA} = \widehat{MAS}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn $\widehat{AD}$) $\Rightarrow \widehat{MSD} = \widehat{MAS} (= \widehat{DCA})$

$$\Rightarrow \triangle MSD \sim \triangle MAS (g.g) \Rightarrow \frac{MS}{MD} = \frac{MA}{MS} \Rightarrow MS^2 = MD \cdot MA.$$

d) Tìm mối liên hệ giữa d và R để tứ giác $OAMB$ là hình thoi.



Tứ giác $OAMB$ là hình thoi $\Rightarrow AB$ là phân giác của $\widehat{MAO} \Rightarrow \widehat{MAB} = \widehat{OAB}$ (tính chất của hình thoi);

$\widehat{MAB} = \widehat{DCB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{DB}$); $\widehat{OAB} = \widehat{OSB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{OB}$)
 $\Rightarrow \widehat{DCB} = \widehat{OSB} (= \widehat{MAB} = \widehat{OAB})$;

Xét $\triangle BOS$ và $\triangle BSC$ có:

$\widehat{B}$ chung; $\widehat{BSO} = \widehat{BCS}$ (chứng minh trên)

$$\Rightarrow \triangle BOS \sim \triangle BSC (g.g) \Rightarrow \frac{BO}{BS} = \frac{BS}{BC} \Rightarrow BS^2 = BO \cdot BC = R \cdot 2R = 2R^2.$$

Trong $\triangle SBO$ vuông tại B , theo định lý Pi-ta-go, ta có:

$$SO^2 = SB^2 + OB^2 \Rightarrow SO^2 = 2R^2 + R^2 = 3R^2 \Rightarrow SO = R\sqrt{3}.$$

Vậy $d = R\sqrt{3}$ thì tứ giác $OAMB$ là hình thoi.

Bài 5: (1,0 điểm)

Cho x là số thực bất kỳ. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{x^2+7}{\sqrt{x^2+3}} + \frac{\sqrt{x^2+3}}{x^2+7}$

Lời giải

Với x là số thực bất kỳ, áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có:

$$\frac{x^2+7}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{x^2+3+4}{\sqrt{x^2+3}} = \sqrt{x^2+3} + \frac{4}{\sqrt{x^2+3}} \geq 2\sqrt{\sqrt{x^2+3} \cdot \frac{4}{\sqrt{x^2+3}}} = 4.$$

Từ đó:

$$T = \frac{x^2+7}{\sqrt{x^2+3}} + \frac{\sqrt{x^2+3}}{x^2+7}$$

$$= \frac{15}{16} \cdot \frac{x^2+7}{\sqrt{x^2+3}} + \left(\frac{1}{16} \cdot \frac{x^2+7}{\sqrt{x^2+3}} + \frac{\sqrt{x^2+3}}{x^2+7} \right) \geq \frac{15}{16} \cdot 4 + 2\sqrt{\frac{1}{16} \cdot \frac{x^2+7}{\sqrt{x^2+3}} \cdot \frac{\sqrt{x^2+3}}{x^2+7}} = \frac{15}{4} + \frac{2}{4} = \frac{17}{4}.$$

$$\Rightarrow \text{Min}T = \frac{17}{4} \text{ khi}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+3} = \frac{4}{\sqrt{x^2+3}} \\ \frac{1}{16} \cdot \frac{x^2+7}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{\sqrt{x^2+3}}{x^2+7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+3=4 \\ x^4+14x^2+49=16x^2+48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=1 \\ x^4-2x^2+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm 1.$$

$$\text{Vậy } \text{Min}T = \frac{17}{4} \text{ khi } x = \pm 1.$$

∞HẾT∞