

Thời gian làm bài : 120 phút (Không kể thời gian giao đề)
Ngày thi: 17 tháng 7 năm 2021
(Đề gồm có 1 trang 05 câu)

Câu I. (2.0 điểm)

Cho biểu thức $P = \left(\frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{8x}{x-4} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} + 3 \right)$; với $x \geq 0$; $x \neq 1$; $x \neq 4$

- 1) Rút gọn P
- 2) Tìm các giá trị của x để $P = -4$

Câu II. (2.0 điểm)

1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d) có phương trình $y = ax + b$
Tìm a ; b để đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 và đi qua điểm M(2;3)

2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 3y = 4 \\ 2x - 3y = -1 \end{cases}$$

Câu III. (2.0 điểm)

- 1) Giải phương trình : $x^2 + 5x + 4 = 0$
- 2) Cho phương trình : $x^2 + 5x + m - 2 = 0$ (m là tham số) .Tìm giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1 ; x_2 thỏa mãn hệ thức :

$$\frac{1}{(x_1 - 1)^2} + \frac{1}{(x_2 - 1)^2} = 1$$

Câu IV. (3.0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp trong đường tròn (O) Các đường cao BD ; CE (D thuộc AC; E thuộc AB) của tam giác kéo dài cắt đường tròn (O) tại các điểm M và N (M khác B ; N khác C)

- 1) Chứng minh tứ giác BCDE nội tiếp được trong một đường tròn
- 2) Chứng minh MN song song với DE
- 3) Khi đường tròn (O) và dây BC cố định điểm A di động trên cung lớn BC
Sao cho tam giác ABC nhọn . Chứng minh bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE không đổi và tìm vị trí điểm A để diện tích tam giá ADE đạt giá trị lớn nhất

Câu I. (1.0 điểm) cho ba số thực dương x; y ; z thỏa mãn điều kiện $x + y + z = xyz$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \frac{y+2}{x^2} + \frac{z+2}{y^2} + \frac{x+2}{z^2}$

HẾT

ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM ĐỀ TOÁN VÀO LỚP 10 THANH HÓA -NĂM HỌC 2020-2021

Câu	Nội dung
Câu I	I.1 Rút gọn P $P = \left(\frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{8x}{x-4} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} + 3 \right)$ $P = \left(\frac{4\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} - \frac{8x}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}-2} \right)$ $P = \frac{4x-8\sqrt{x}-8x}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} : \frac{\sqrt{x}+2+3\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}-2}$ $P = \frac{4x-8\sqrt{x}-8x}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} : \frac{\sqrt{x}+2+3\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}-2}$ $P = \frac{-4x-8\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} : \frac{4\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2} = \frac{-4\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} : \frac{4(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-2}$ $P = \frac{-4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)} : \frac{4(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-2} = \frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$
	I.2 Tìm các giá trị của x để P = - 4 $\frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} = -4 \Rightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} = 4 \Rightarrow 4\sqrt{x} - 4 = \sqrt{x} \Rightarrow 3\sqrt{x} = 4$ $\Rightarrow \sqrt{x} = \frac{4}{3} \Rightarrow x = \frac{16}{9} \text{ vậy } x = \frac{16}{9} \text{ thì } P = -4$
Câu II	1) Đường thẳng (d) có phương trình $y = ax + b$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 . tại đó $x = 0$ và $y = 2$ thay vào ta có $2 = a.0 + b \Rightarrow b = 2$ và đường thẳng (d) đi qua điểm M(2;3) tại đó $x = 2$; $y = 3$ thay vào $y = ax + b$ ta có $3 = a.2 + 2 \Rightarrow 2.a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$ vậy đường thẳng (d) có phương trình $y = \frac{1}{2}x + 2$
	2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+3y=4 \\ 2x-3y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=3 \\ x+3y=4 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 1+3y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 3y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ vậy nghiệm của hệ $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$
Câu III	1) Giải phương trình : $x^2 + 5x + 4 = 0$ Là phương trình bậc hai có $a=1$; $b=5$; $c=4$ có dạng : $a \cdot b + c = 4-5+1=0$ Vậy phương trình có một nghiệm $x_1 = -1$ theo vi ét ta có $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ thay số ta có $-x_2 = \frac{4}{1} \Leftrightarrow x_2 = -4$ vậy nghiệm của phương trình là : $x_1 = -1$; $x_2 = -4$
	2) Phương trình : $x^2 + 5x + m-2 = 0$ (m là tham số) $a=1$; $b=5$; $c=m-2$ nên $\Delta = b^2 - 4ac$ thay số ta có

$\Delta = 25 - 4(m-2) = 25 - 4m + 8 = 33 - 4m$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 ; x_2$ khi
 $\Delta > 0 \Rightarrow 33 - 4m > 0 \Rightarrow 33 < 4m \Rightarrow m < \frac{33}{4}$

Áp dụng vi ét ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 2 \end{cases}$

Theo bài ra ta có $\frac{1}{(x_1 - 1)^2} + \frac{1}{(x_2 - 1)^2} = 1$

$$\Rightarrow (x_2 - 1)^2 + (x_1 - 1)^2 = (x_2 - 1)^2 \cdot (x_1 - 1)^2$$

$$\Rightarrow x_2^2 - 2x_2 + 1 + x_1^2 - 2x_1 + 1 = [(x_2 - 1)(x_1 - 1)]^2$$

$$\Rightarrow (x_2^2 + x_1^2) - 2x_2 - 2x_1 + 1 + 1 = [x_1 \cdot x_2 - x_2 - x_1 + 1]^2$$

$$\Rightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 - 2(x_2 + x_1) + 2 = [x_1 \cdot x_2 - (x_2 + x_1) + 1]^2$$

$$\text{Thay số ta có : } 5^2 - 2 \cdot (m - 2) - 2 \cdot (-5) + 2 = (m - 2 + 5 + 1)^2$$

$$25 - 2m + 4 + 10 + 2 = (m + 4)^2 \Rightarrow 41 - 2m = m^2 + 8m + 16$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 10m - 25 - 0 \text{ giải rât có } m_1 = \frac{-10 + \sqrt{50}}{2} = -5 + 5\sqrt{2} ; m_2 = -5 - 5\sqrt{2}$$

Vậy với $m = -5 + 5\sqrt{2}$ hoặc $m = -5 - 5\sqrt{2}$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 ; x_2$ thỏa mãn hệ thức : $\frac{1}{(x_1 - 1)^2} + \frac{1}{(x_2 - 1)^2} = 1$

1) Xét tứ giác BCDE : theo bài ra ta có

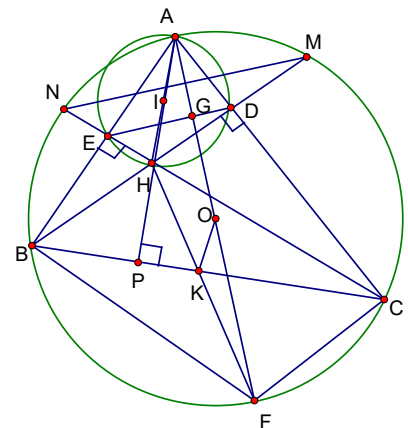
Tam giác ABC có BD ; và CE là các đường cao thuộc

Cạnh AC và AB nên $DB \perp AC$ nên $\widehat{BDC} = 90^\circ$

$CE \perp AB$ nên $\widehat{BEC} = 90^\circ$ suy ra

$\widehat{BDC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$ Mà E và D nằm cùng nửa mặt phẳng bờ là BC nên tứ giác BCDE nội tiếp

một đường tròn đường kính BC



2) Xét đường tròn (O) ta có $\widehat{BCE} = \widehat{BCN} = \widehat{BMN}$ (Nội tiếp cùng chắn cung BN) (1)

Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác BCDE ta có $\widehat{BCE} = \widehat{BDE}$ (Nội tiếp cùng chắn cung BE) (2) từ (1) ta có $\widehat{BMN} = \widehat{BDE} (= \widehat{BCE})$ mà $\widehat{BMN}$ và $\widehat{BDE}$ là hai góc đồng vị của MN và ED nên $MN \parallel ED$

3) Gọi giao của BD và CE là H . Xét tứ giác AEHD có góc AHE + góc AHD = $90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ nên tứ giác AEHD nội tiếp (rtoongr hai góc đối bằng 180° mà góc AEH = 90° nên là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn . Do đó tứ giác AEHD nội tiếp đường tròn đường kính AH . tâm I là trung điểm của AH

Suy ra đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE là đường tròn (I ; $\frac{AH}{2}$)

Kẻ đường kính AF ; gọi K là trung điểm của BC vì góc ABF và góc ACF là các góc nội tiếp chắn nửa đường tròn tâm O nên góc ABF = góc ACF = 90°

Ta có $CF \perp AB$ và $BH \perp AB$ Nên $CF \parallel BH$ (từ vuông góc đến song song)

Và $BF \perp AB$ và $CH \perp AB$ Nên $BF \parallel CH$ Suy ra tứ giác BHCF là hình bình hành

Câu IV

	ta thấy BC và HF là hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường. Mà K là trung điểm của BC nên K cũng là trung điểm của HF lúc đó OK là đường trung bình của tam giác AHF nên $OK = \frac{1}{2} OH$ (Tính chất đường trung bình tam giác) nên đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE là đường tròn (I; OK) mà (O) và BC cố định do đó O ; K cố định nên OK không đổi. Vậy bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE bằng OK không đổi Ta có $\widehat{BAC} = \frac{1}{2} BC$ (góc nội tiếp và cung bị chắn) mà BC cố định nên số đo cung BC không đổi do đó góc BAC không đổi Xét tam giác AED và tam giác ACB có góc BAC chung góc ADE bằng góc ACB(góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp BCDE) Suy ra tam giác AED và tam giác ACB đồng dạng (g.g) theo tỷ số $\frac{AD}{AB}$ do đó $\frac{S_{AED}}{S_{ABC}} = k^2 = \left(\frac{AD}{AB} \right)^2$ Xét tam giác vuông ABD có $\frac{AD}{AB} = \cos \widehat{BAC} \Rightarrow \frac{S_{AED}}{S_{ABC}} = \cos^2 \widehat{BAC}$ $\Rightarrow S_{AED} = \cos^2 \widehat{BAC} \cdot S_{ABC}$ do BC cố định nên số đo cung BC không đổi hay $\widehat{BAC}$ không đổi suy ra $\cos \widehat{BAC}$ không đổi nên để diện tích của tam giác AED lớn nhất khi diện tích của tam giác ABC lớn nhất. Kéo dài AH cắt BC tại P suy ra $AP \perp BC$ $\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AP \cdot BC$ theo bài ra BC không đổi (gt) nên S_{ABC} lớn nhất khi AP lớn nhất do đó A phải là điểm chính giữa của cung lớn BC Vậy S_{ABC} lớn nhất khi A phải là điểm chính giữa của cung lớn BC
Câu V	Ta có $x + y + z = xyz \Rightarrow \frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} = 1$ Đặt $\frac{1}{x} = a ; \frac{1}{y} = b ; \frac{1}{z} = c$ vì ba số thực dương x; y ; z nên $a > 0; b > 0 ; c > 0 \Rightarrow ab + bc + ca = 1$ ta có $Q = a^2 \left(\frac{1}{b} + 2 \right) + b^2 \left(\frac{1}{c} + 2 \right) + c^2 \left(\frac{1}{a} + 2 \right) \Rightarrow Q = \left(\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \right) + 2.(a^2 + b^2 + c^2)$ Áp dụng bất đẳng thức $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} \geq \frac{(x+y)^2}{a+b}$ ta có $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq \frac{(a+b)^2}{b+c} + \frac{c^2}{a} \geq \frac{(a+b+c)^2}{a+b+c} = a+b+c$ ta lại có $a^2 + b^2 \geq 2ab ; b^2 + c^2 \geq 2bc ; c^2 + a^2 \geq 2ca$ cộng vế với vế ta có $2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2.(ab + bc + ca) \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ Mà $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$ nên $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac \geq ab + bc + ca + 2ab + 2bc + 2ac = 3ab + 3bc + 3ca = 3(ab + bc + ca) \Rightarrow a + b + c \geq \sqrt{3(ab + bc + ca)} = \sqrt{3}$ do đó $Q = \left(\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \right) + 2.(a^2 + b^2 + c^2) \geq a + b + c + 2.(ab + bc + ca) \geq \sqrt{3} + 2$ vậy $Q_{MAX} = \sqrt{3} + 2$ dấu = xảy ra khi $a = b = c = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = y = z = \sqrt{3}$