

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH
ĐỀ CHÍNH THỨC**
(Đề thi gồm 01 trang)

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2020-2021
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ (với $x > 0$; $x \neq 1$)

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.
- Rút gọn biểu thức B.
- Tìm x để giá trị của A và B trái dấu.

Câu 2. (2,0 điểm)

Cho hệ phương trình $\begin{cases} x-2y=4m-5 \\ 2x+y=3m \end{cases}$ (m là tham số)

- Giải hệ phương trình khi $m = 3$
- Tìm m để hệ phương trình có nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn $\frac{2}{x} - \frac{1}{y} = -1$.

Câu 3. (2,0 điểm)

Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 3mx + 1 - m^2$ (m là tham số)

- Tìm m để (d) đi qua $A(1; -9)$.
- Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 + x_2 = 2x_1x_2$

Câu 4. (3,5 điểm)

Qua điểm M nằm bên ngoài $(O; R)$ kẻ hai tiếp tuyến MA, MB (A, B là tiếp điểm). Vẽ cát tuyến MCD không đi qua tâm O (C nằm giữa M và D)

- Chứng minh tứ giác $MAOB$ nội tiếp và $MO \perp AB$.
- Chứng minh $MA \cdot AD = MD \cdot AC$.
- Gọi I là trung điểm của dây cung CD và E là giao điểm của hai đường thẳng AB và OI. Tính độ dài đoạn thẳng OE theo R khi $OI = \frac{R}{3}$
- Qua tâm O kẻ đường thẳng vuông góc với OM cắt các đường thẳng MA, MB lần lượt tại P và Q. Tìm vị trí của điểm M để diện tích tam giác MPQ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5. (0.5 điểm)

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = -3x^2 - 4x\sqrt{y} + 16x - 2y + 12\sqrt{y} + 1998$

--HẾT--

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THÁI BÌNH NĂM HỌC 2020-2021

Câu 1.

- a) Ta thấy $x = 9$ (thỏa mãn điều kiện $x > 0$; $x \neq 1$), nên khi đó:

$$A = \frac{\sqrt{9}+1}{\sqrt{9}-1} = \frac{3+1}{3-1} = 2$$

Vậy với $x = 9$ thì $A = 2$.

- b) Với $x > 0$; $x \neq 1$ thì:

$$B = \frac{(\sqrt{x}+1)^2 - (\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$$

$$B = \frac{x+2\sqrt{x}+1-x+2\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$$

$$B = \frac{4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$$

$$B = \frac{4}{\sqrt{x}+1}$$

Vậy với $x > 0$; $x \neq 1$ thì $B = \frac{4}{\sqrt{x}+1}$.

- c) Với $x > 0$; $x \neq 1$ thì $\sqrt{x}+1 > 0 \Rightarrow B = \frac{4}{\sqrt{x}+1} > 0$

Do đó để A và B trái dấu thì $A < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1 < 0$ (vì $\sqrt{x}+1 > 0$)

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} < 1 \Leftrightarrow x < 1.$$

Kết hợp với điều kiện $x > 0$; $x \neq 1$, ta được $0 < x < 1$.

Vậy với $0 < x < 1$ thì A và B trái dấu.

Câu 2.

- a) Với $m = 3$ hệ phương trình đã cho trở thành

$$\begin{cases} x-2y=7 \\ 2x+y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=7 \\ 4x+2y=18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=25 \\ 4x+2y=18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ 4.5+2y=18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=-1 \end{cases}$$

Vậy với $m = 3$ thì hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y) = (5; -1)$.

- b) Xét hệ $\begin{cases} x-2y=4m-5 \\ 2x+y=3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=4m-5 \\ 4x+2y=6m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=10m-5 \\ y=3m-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2m-1 \\ y=2-m \end{cases}$

Do đó với mọi m hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2m-1; 2-m)$

Để nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn $\frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 1$ thì $\frac{2}{2m-1} - \frac{1}{2-m} = -1$

$$\text{ĐK: } m \neq \frac{1}{2}, m \neq 2 (*)$$

$$\text{Ta có: } \frac{2}{2m-1} - \frac{1}{2-m} = -1 \Rightarrow 2(2-m) - (2m-1) = -(2m-1)(2-m) \Leftrightarrow 2m^2 - m - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m+1)(2m-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = \frac{3}{2} \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện (*))}$$

$$\text{Vậy } m \in \left\{-1; \frac{3}{2}\right\} \text{ thỏa mãn đề bài.}$$

Câu 3.

a) Để (d) đi qua điểm $A(1; -9)$

$$\Leftrightarrow x = 1, y = -9 \text{ thỏa mãn phương trình đường thẳng (d)}$$

$$\Leftrightarrow -9 = 3m + 1 - m^2 \Leftrightarrow m^2 - 3m - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 5 \end{cases}$$

Vậy với $m \in \{-2; 5\}$ là giá trị cần tìm.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$x^2 = 3mx + 1 - m^2 \Leftrightarrow x^2 - 3mx - 1 + m^2 = 0 (1)$$

$$\text{Có: } \Delta = (-3m)^2 - 4(m^2 - 1) = 5m^2 + 4 > 0 \quad \forall m$$

$\Rightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

$\Rightarrow$ (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1, x_2 \quad \forall m$.

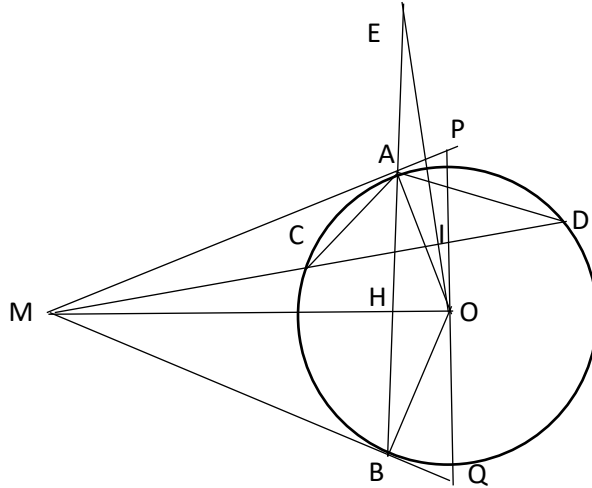
$$\text{Theo định lý Vi-ét: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 3m \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$$

Theo giả thiết có: $x_1 + x_2 = 2x_1 x_2$

$$\Leftrightarrow 3m = 2(m^2 - 1) \Leftrightarrow 2m^2 - 3m - 2 = 0 \Leftrightarrow (m-2)(2m+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } m \in \left\{2; -\frac{1}{2}\right\}.$$

Câu 4.



- a) Vì MA, MB là hai tiếp tuyến của (O) cắt nhau tại M (với A, B là tiếp điểm)
 $\Rightarrow MA \perp OA, MB \perp OB \Rightarrow \angle MAB = \angle MBO = 90^\circ$ và $MA = MB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau).
 Xét tứ giác $MAOB$ có tổng hai góc đối: $\widehat{MAO} + \widehat{MBO} = 180^\circ$
 Do đó tứ giác $MAOB$ là tứ giác nội tiếp.
 Lại có $MA = MB$ (cmt); $OA = OB = R$ (vì $A, B \in (O; R)$)
 $\Rightarrow M, O$ thuộc đường trung trực của AB
 $\Rightarrow MO$ là đường trung trực của AB.
 $\Rightarrow MO \perp AB$
- b) Xét $\triangle MCA$ và $\triangle MAD$ có:
 $\widehat{AMC}$ chung
 $\widehat{MAC} = \widehat{MDA}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và góc nội tiếp cùng chắn cung AC)
 $\Rightarrow \triangle MCA \sim \triangle MAD$ (g.g)
 $\Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{AC}{AD} \Leftrightarrow MA \cdot AD = MD \cdot AC$ (đpcm)
- c) Gọi H là giao điểm của OM và AB thì $OM \perp AH \Rightarrow \widehat{OHE} = 90^\circ$
 Xét (O) có I là trung điểm của dây cung CD $\Rightarrow OI \perp CD \Rightarrow \widehat{OIM} = 90^\circ$
 Xét $\triangle OHE$ và $\triangle OIM$ có:
 $\widehat{MOE}$ chung
 $\widehat{OHE} = \widehat{OIM} = 90^\circ$
 $\Rightarrow \triangle OHE \sim \triangle OIM$ (g.g)
 $\Rightarrow \frac{OH}{OI} = \frac{OE}{OM} \Leftrightarrow OH \cdot OM = OE \cdot OI$ (1)
 $\triangle OAM$ vuông tại A có $OM \perp AH$
 $\Rightarrow OH \cdot OM = OA^2$ (2) (Hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow OE = \frac{OA^2}{OI} = \frac{R^2}{\frac{R}{3}} = 3R.$$

- d) ΔMAB cân tại M (vì $MA=MB$ (cmt) có MO là đường trung trực)
 $\Rightarrow MO$ đồng thời là đường phân giác của $\widehat{AMB}$
 ΔMPQ cân tại M $\Rightarrow MP$ là phân giác đồng thời là trung tuyến
 $\Rightarrow O$ là trung điểm của PQ $\Rightarrow PQ=2OP$

$$\text{Ta có : } S_{MPQ} = \frac{1}{2} MO.PQ = MO.OP = OA.(AM + AP)$$

$$\text{Áp dụng BĐT AM-GM có } AM + AP \geq 2\sqrt{AM.AP} = 2R$$

$$\Rightarrow S_{MPQ} \geq R.2R = 2R^2 \Rightarrow \min S_{MPQ} = 2R^2$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow AM = AP \text{ và } AM.AP = R^2 \Leftrightarrow AM = AP = R \Rightarrow OM = R\sqrt{2}$$

Vậy M ở vị trí sao cho $OM = R\sqrt{2}$ thỏa mãn đề.

Câu 5.

ĐK: $y \geq 0$

$$P = -3x^2 - 4x\sqrt{y} + 16x - 2y + 12\sqrt{y} + 1998$$

$$= -2(x^2 + y + 9 + 2x\sqrt{y} - 6x - 6\sqrt{y}) - (x^2 - 4x + 4) + 2020$$

$$= -2(x + \sqrt{y} - 3)^2 - (x - 2)^2 + 2020$$

$$\Rightarrow P_{\max} = 2020 \text{ dấu “=” xảy ra } \Leftrightarrow x = 2, y = 1 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy $P_{\max} = 2020$ tại $x = 2, y = 1$.