

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH NINH BÌNH**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

Năm học: 2020 – 2021

Bài thi môn: TOÁN; Ngày thi 17/07/2020

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

(Đề thi gồm 05 câu trong 1 trang)

Câu 1 (2,0 điểm):

1. Tìm điều kiện của x để biểu thức $\sqrt{x-5}$ có nghĩa.
2. Tính $A = \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{75}$
3. Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}+2} + \frac{1}{\sqrt{a}-2} \right) : \frac{\sqrt{a}}{a-4}$, với $a > 0$ và $a \neq 4$

Câu 2 (3,0 điểm):

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$
2. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx - 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$
3. Xác định tọa độ giao điểm của parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 3x - 2$

Câu 3 (1,0 điểm):

Người ta đổ thêm 20 gam nước vào một dung dịch chứa 4 gam muối thì nồng độ của dung dịch giảm đi 10%. Hỏi trước khi đổ thêm nước thì dung dịch chứa bao nhiêu gam nước?

Câu 4 (3,5 điểm):

1. Cho $\triangle ABC$ nhọn nội tiếp đường tròn tâm O . Hai đường cao BE, CF của $\triangle ABC$ cắt nhau tại H .
 - a) Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp đường tròn.
 - b) Chứng minh rằng $AF \cdot AB = AE \cdot AC$
 - c) Kẻ đường kính AD của đường tròn tâm O . Chứng minh tứ giác $BHCD$ là hình bình hành.
2. Một chiếc máy bay bay lên từ mặt đất với vận tốc 600km/h. Đường bay tạo với phương nằm ngang một góc 30° . Hỏi sau 1,5 phút máy bay lên cao được bao nhiêu kilômét theo phương thẳng đứng?

Câu 5 (0,5 điểm): Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $\sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx} = 2020$. Tìm giá trị nhỏ nhất

của biểu thức $Q = \frac{x^2}{x+y} + \frac{y^2}{y+z} + \frac{z^2}{z+x}$

-----Hết-----

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI VÀO 10 MÔN TOÁN TỈNH NINH BÌNH
NĂM 2020-2021**

Câu 1:

1. Tìm điều kiện của x để $\sqrt{x-5}$ có nghĩa

Đề biểu thức $\sqrt{x-5}$ có nghĩa khi và chỉ khi $x-5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 5$

Vậy $x \geq 5$.

2. Tính $A = \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{75}$

Ta có:

$$A = \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{75} = \sqrt{4 \cdot 3} + \sqrt{9 \cdot 3} - \sqrt{25 \cdot 3}$$

$$A = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = \sqrt{3}(2+3-5) = 0$$

Vậy $A = 0$.

3. Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}+2} + \frac{1}{\sqrt{a}-2} \right) : \frac{\sqrt{a}}{a-4}$ với $a > 0$ và $a \neq 4$

Ta có:

$$P = \left(\frac{1}{\sqrt{a}+2} + \frac{1}{\sqrt{a}-2} \right) : \frac{\sqrt{a}}{a-4} = \left[\frac{\sqrt{a}-2}{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-2)} + \frac{\sqrt{a}+2}{(\sqrt{a}-2)(\sqrt{a}+2)} \right] \cdot \frac{a-4}{\sqrt{a}}$$

$$P = \frac{\sqrt{a}-2+\sqrt{a}+2}{(\sqrt{a}+2)(\sqrt{a}-2)} \cdot \frac{a-4}{\sqrt{a}} = \frac{2\sqrt{a}}{a-4} \cdot \frac{a-4}{\sqrt{a}} = 2$$

Vậy $P = 2$ với $a > 0$ và $a \neq 4$

Câu 2:

1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases}$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=4 \\ x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ 2-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$.

2. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx - 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) ta có:

$$x^2 = 3x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=1 \end{cases}$$

$$\text{Với } x=2 \Rightarrow y=2^2=4$$

$$\text{Với } x=1 \Rightarrow y=1^2=1$$

Vậy tọa độ giao điểm cần tìm là: $(1; 1), (2; 4)$.

Câu 3: Người ta đổ thêm 20g nước vào một dung dịch chứa 4g muối thì nồng độ của dung dịch giảm đi 10%. Hỏi trước khi đổ thêm nước thì dung dịch chứa bao nhiêu gam nước?

Gọi khối lượng nước trước khi đổ thêm là x (gam) ($x > 0$)

$$\text{Nồng độ dung dịch ban đầu là: } \frac{4}{x+4} \cdot 100\%$$

$$\text{Sau khi đổ thêm 20g nước thì nồng độ dung dịch là: } \frac{4}{20+x+4} \cdot 100\% = \frac{4}{x+24} \cdot 100\%$$

Vì nồng độ dung dịch giảm đi 10% nên ta có phương trình

$$\frac{4}{x+4} \cdot 100\% - \frac{4}{x+24} \cdot 100\% = 10\%$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{x+4} - \frac{4}{x+24} = \frac{1}{10}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4x+96-4x-16}{(x+4)(x+24)} = \frac{1}{10}$$

$$\Leftrightarrow \frac{80}{x^2+28x+96} = \frac{1}{10}$$

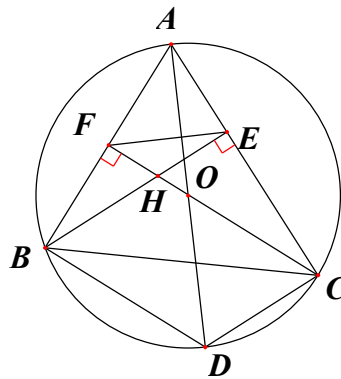
$$\Rightarrow x^2+28x+96=800$$

$$\Leftrightarrow (x-16)(x+44)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=16(tm) \\ x=-44(ktm) \end{cases}$$

Vậy lượng nước của dung dịch ban đầu sau khi đổ thêm là 16 gam

Câu 4:

1. Cho ΔABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Hai đường cao BE, CF của ΔABC cắt nhau tại H.



a) Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp đường tròn.

Ta có:

BE là đường cao nên $BE \perp AC \Rightarrow \widehat{BEC} = 90^\circ$

CF là đường cao nên $CF \perp AB \Rightarrow \widehat{BFC} = 90^\circ$

Xét tứ giác BFEC có:

$\widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^\circ$ nên BFEC là tứ giác nội tiếp (hai đỉnh kề một cạnh cùng nhìn cạnh đối diện các góc bằng nhau).

Vậy tứ giác BFEC nội tiếp (đpcm).

b) Chứng minh rằng ..

Theo câu a, BFEC là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{BFE} + \widehat{BCE} = 180^\circ$ (tính chất)

Mà $\widehat{BFE} + \widehat{AFE} = 180^\circ$ (kề bù)

Nên $\widehat{BCE} = \widehat{BCA} = \widehat{AFE}$

Xét ΔAFE và ΔACB có:

$\hat{A}$ chung

$\widehat{AFE} = \widehat{ACB}$ (cmt)

$\Rightarrow \Delta AFE \sim \Delta ACB$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB}$ (cạnh tương ứng)

$\Rightarrow AF \cdot AB = AE \cdot AC$ (đpcm)

c) Kẻ đường kính AD của đường tròn tâm O. Chứng minh tứ giác BHCD là hình bình hành.

AD là đường kính nên $\widehat{ACD} = \widehat{ABD} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow DC \perp AC, DB \perp AB$

$\begin{cases} DC \perp AC \\ BH \perp AB \end{cases} \Rightarrow DC \parallel BH$ (từ vuông góc đến song song)

$$\begin{cases} DB \perp AB \\ CH \perp AB \end{cases} \Rightarrow DB \parallel CH \text{ (từ vuông góc đến song song)}$$

Tứ giác BHCD có: $DC \parallel BH$, $DB \parallel CH$ nên là hình bình hành (đpcm).

2. Một chiếc máy bay bay lên từ mặt đất với vận tốc 600km/h. Đường bay tạo với phương nằm ngang một góc 30° . Hỏi sau 1,5 phút máy bay lên cao được bao nhiêu kilômét theo phương thẳng đứng?

$$\text{Đổi } 1,5 \text{ phút} = \frac{1,5}{60} = \frac{1}{40} \text{ giờ}$$

$$\text{Sau } \frac{1}{40} \text{ giờ máy bay bay theo được số kilomet theo phương } AB \text{ là } 600 \cdot \frac{1}{40} = 15(\text{km})$$

$$\text{Sau } 1,5 \text{ phút máy bay bay theo được số kilomet theo phương thẳng đứng là } 15 \cdot \sin 30^\circ = 15 \cdot \frac{1}{2} = 7,5(\text{km})$$

Vậy sau 1,5 phút, máy bay lên cao được 7,5(km).

Câu 5: Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $\sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx} = 2020$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

$$\text{thức } Q = \frac{x^2}{x+y} + \frac{y^2}{y+z} + \frac{z^2}{z+x}$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} a = \sqrt{x} \\ b = \sqrt{y} \\ c = \sqrt{z} \end{cases} \Rightarrow a, b, c > 0$$

$$\sqrt{xy} + \sqrt{yz} + \sqrt{zx} = 2020 \Rightarrow ab + bc + ca = 2020$$

$$\text{Ta có } Q = \frac{a^4}{a^2+b^2} + \frac{b^4}{b^2+c^2} + \frac{c^4}{c^2+a^2}$$

$$\text{Áp dụng bất đẳng thức } \frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y} \text{ ta được}$$

$$\begin{aligned} Q &= \frac{a^4}{a^2+b^2} + \frac{b^4}{b^2+c^2} + \frac{c^4}{c^2+a^2} \geq \frac{(a^2+b^2)^2}{a^2+b^2+b^2+c^2} + \frac{c^4}{c^2+a^2} \geq \frac{(a^2+b^2+c^2)^2}{a^2+b^2+b^2+c^2+c^2+a^2} = \\ &= \frac{(a^2+b^2+c^2)^2}{2(a^2+b^2+c^2)} = \frac{a^2+b^2+c^2}{2} \end{aligned}$$

Lại có:

$$a^2 + b^2 \geq 2ab$$

$$b^2 + c^2 \geq 2bc$$

$$c^2 + a^2 \geq 2ca$$

$$\Rightarrow 2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(ab + bc + ca)$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca = 2020$$

$$\Rightarrow Q \geq \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} \geq \frac{2020}{2} = 1010 \Rightarrow Q \geq 1010$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi } a = b = c = \sqrt{\frac{2020}{3}} \Rightarrow x = y = z = \frac{2020}{3}$$

$$\text{Vậy GTNN của } Q = 1010 \text{ khi } x = y = z = \frac{2020}{3}$$