

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1: (3,0 điểm)

- a) Tính giá trị của biểu thức

$$A = \sqrt{25} - \sqrt{9}$$

$$B = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} - \sqrt{2}$$

$$C = \frac{\sqrt{8} + \sqrt{32} - \sqrt{98}}{\sqrt{2}}$$

- b) Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{x-\sqrt{x}} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0; x \neq 1$

Rút gọn biểu thức P. Tính giá trị của P khi $x = 4$

Câu 2 (1,5 điểm)

- a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x + 2y = -4 \\ x - y = 7 \end{cases}$

- b) Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = -x^2$ và $y = x - 2$

Câu 3 (1,5 điểm)

- a) Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi là 160m và diện tích là 1500m². Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn đó.

- b) Tìm tham số m để phương trình $x^2 - 5x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1^2 - 2x_1x_2 + 3x_2 = 1$

Câu 4: (3,5 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Trên nửa đường tròn (O) lấy điểm C sao cho $CA < CB$. Trên đoạn OB lấy điểm M sao cho M nằm giữa O và B. Đường thẳng đi qua M vuông góc với AB cắt tia AC tại N, cắt BC tại E.

- a) Chứng minh tứ giác ACEM nội tiếp trong một đường tròn.

- b) Tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) tại C cắt đường thẳng MN tại F. Chứng minh $\triangle CEF$ cân.

- c) Gọi H là giao điểm của NB với nửa đường tròn (O). Chứng minh HF là tiếp tuyến của nửa đường tròn (O).

Câu 5: (0,5 điểm)

Cho các số thực a, b, c không âm thỏa mãn $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{3a^2 - 2ab + 3b^2} + \sqrt{3b^2 - 2bc + 3c^2} + \sqrt{3c^2 - 2ca + 3a^2}$$

----- Hết -----

HƯỚNG DẪN GIẢI – BIỂU ĐIỂM

Câu	Phần	Đáp án	Điểm
1	a)	$A = \sqrt{25} - \sqrt{9} = 5 - 3 = 2$	0,5
		$B = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} - \sqrt{2} = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} = 1$	0,5
		$C = \frac{\sqrt{8} + \sqrt{32} - \sqrt{98}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 7\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -1$	0,5
	b	$P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{x-\sqrt{x}} \right) : \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0; x \neq 1$	
		$= \left[\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right] \cdot (\sqrt{x}-1)$	0,25
		$= \left[\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} + \frac{2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right] \cdot (\sqrt{x}-1)$	0,25
		$= \frac{x+2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot (\sqrt{x}-1)$	0,25
		$= \frac{x+2}{\sqrt{x}}$	0,25
		Thay $x = 4$ (thỏa mãn ĐKXD) vào biểu thức P ta có	0,25
		$P = \frac{4+2}{\sqrt{4}} = \frac{6}{2} = 3$ Vậy giá trị của biểu thức $P = 3$ khi $x = 4$.	0,25
2	a	$\begin{cases} 3x + 2y = -4 \\ x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = -4 \\ 2x - 2y = 14 \end{cases}$	
		$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ x - y = 7 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x - y = 7 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \end{cases}$	0,25
		Vậy nghiệm của hệ phương trình $(x, y) = (2; -5)$	
	b	Số giao điểm của (P) và (d) là số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm sau: $-x^2 = x - 2$	0,25
		$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 + 2x - x - 2 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 + 2x - x - 2 = 0$ $\Leftrightarrow (x+2)(x-1) = 0$ $\Leftrightarrow x = -2$ hoặc $x = 1$	0,25

		Lập luận được tọa độ giao điểm (1;-1) và (-2;-4)	0,25
3	a	Gọi chiều dài mảnh vườn hình chữ nhật là x (m; $0 < x < 80$) Nửa chu vi mảnh vườn hình chữ nhật là $160:2 = 80$ (m) Chiều rộng mảnh vườn hình chữ nhật là $80 - x$ (m; $0 < x < 80$) Vì diện tích mảnh vườn hình chữ nhật là 1500m^2 nên ta có phương trình $x(80 - x) = 1500 \Leftrightarrow x^2 - 80x + 1500 = 0$ Giải được $x = 30$; $x = 50$ (thỏa mãn) * Nếu chiều dài = 30 m thì chiều rộng = $80 - 30 = 50$ m (loại vì chiều dài > chiều rộng) * Nếu chiều dài = 50 m thì chiều rộng = $80 - 50 = 30$ m (thỏa mãn vì chiều dài > chiều rộng) Trả lời đúng chiều dài mảnh vườn hình chữ nhật là 50m và chiều rộng mảnh vườn hình chữ nhật là 30m	0,25 0,25 0,25
		$x^2 - 5x + m - 3 = 0$ (1) $\Delta = (-5)^2 - 4(m - 3) = -4m + 37$ Lập luận được $m < \frac{37}{4}$ thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (1) nên theo định lý viét, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = m - 3 \end{cases}$ Theo đề bài $\begin{aligned} x_1^2 - 2x_1x_2 + 3x_2 &= 1 \\ \Leftrightarrow x_1^2 + x_1x_2 - 3x_1x_2 + 3x_2 &= 1 \\ \Leftrightarrow x_1(x_1 + x_2) - 3x_1x_2 + 3x_2 &= 1 \\ \Rightarrow x_1 \cdot 5 - 3 \cdot (m - 3) + 3x_2 &= 1 \\ \Leftrightarrow 5x_1 - 3m + 9 + 3x_2 &= 1 \\ \Leftrightarrow 5x_1 + 3x_2 &= 3m - 8 \end{aligned}$ Giải hệ phương trình $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ 5x_1 + 3x_2 = 3m - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x_1 + 5x_2 = 25 \\ 5x_1 + 3x_2 = 3m - 8 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{3m - 23}{2} \\ x_2 = \frac{-3m + 33}{2} \end{cases}$ Mà $x_1 \cdot x_2 = m - 3$	0,25

		Nên $\frac{3m-23}{2} \cdot \frac{-3m+33}{2} = m-3$ $\Leftrightarrow -9m^2 + 99m + 69m - 759 = 4m - 12$ $\Leftrightarrow 9m^2 - 164m + 747 = 0$ $\Leftrightarrow 9m^2 - 81m - 83m + 747 = 0$ $\Leftrightarrow 9m(m-9) - 83(m-9) = 0$ $\Leftrightarrow (m-9)(9m-83) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m=9 \\ m=\frac{83}{9} \end{cases}$	0,25
4		Vẽ hình đúng đến câu a	0,25đ
	a	Xét (O) có $\widehat{ACB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)	0,25đ
		Hay $\widehat{ACE} = 90^\circ$ Xét tứ giác ACEM có: $\widehat{ACE} = 90^\circ$ (cmt) $\widehat{AME} = 90^\circ$ (do $ME \perp AB$) $\Rightarrow \widehat{ACE} + \widehat{AME} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$	0,25đ

		Mà hai góc $\widehat{ACE}; \widehat{AME}$ đối nhau Vậy tứ giác ACEM nội tiếp trong một đường tròn. (dấu hiệu nhận biết)	0,25đ
	b	Xét (O) có $\widehat{FCB} = \widehat{CAB}$ (cùng bằng nửa số đo cung BC)	0,25đ
		Mà $\widehat{FEC} = \widehat{CAM}$ (do tứ ACEM nội tiếp)	0,25đ
		Nên $\widehat{FEC} = \widehat{FCB}$ hay $\widehat{FEC} = \widehat{FCE}$	0,25đ
		Vậy $\triangle CEF$ cân tại F (đpcm)	0,25đ
	c	c) Vì $\widehat{ACB} = 90^\circ$ $\Rightarrow AC \perp CB$ mà N thuộc tia AC . E thuộc CB nên $\widehat{NCE} = 90^\circ$ có $\widehat{FCN} + \widehat{FCE} = 90^\circ$ (do $\widehat{NCE} = 90^\circ$) mà $\widehat{FNC} + \widehat{FEC} = 90^\circ$ (do $\widehat{NCE} = 90^\circ$) mặt khác $\widehat{FEC} = \widehat{FCE}$ (chứng minh trên) Nên $\widehat{FCN} = \widehat{FNC}$ Vậy $\triangle CNF$ cân tại F	0,25đ
		$\Rightarrow FN = FC$ Mà $FC = FE$ (do $\triangle CEF$ cân tại F) Nên $FN = FE$ mà F thuộc NE $\Rightarrow F$ là trung điểm của NE	0,25đ
		Xét $\triangle ANB$ có $BC \perp AN$ (do $\widehat{ACB} = 90^\circ$ và $C \in AN$) có $NM \perp AB$ (gt) Mà BC cắt NM tại E $\Rightarrow E$ là trực tâm $\triangle ANB$ $\Rightarrow AE \perp NB$ (1) Mà $\widehat{AHB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AH \perp HB$ có $H \in BN \Rightarrow AH \perp NB$ (2) Từ (1,2) $\Rightarrow A, E, H$ thẳng hàng	0,25đ
		mà $AH \perp NB$ Hay $\widehat{EHN} = 90^\circ$ Xét $\triangle EHN$ có $\widehat{EHN} = 90^\circ$ mà HF là trung tuyến của $\triangle EHN$ (do F là trung điểm của NE) $\Rightarrow HF = \frac{EN}{2}$ Hay $HF = EF = FN (= \frac{EN}{2})$	0,25đ

		Xét $\triangle CFO$ và $\triangle HFO$ có FO chung CO = HO (= bán kính của (O)) FC = FH (= FN) $\Rightarrow \triangle CFO = \triangle HFO$ (c- c- c) $\Rightarrow \widehat{FCO} = \widehat{FHO}$	0,25đ
		Mà $\widehat{FCO} = 90^\circ$ (do CF là tiếp tuyến) Nên $\widehat{FHO} = 90^\circ$ $\Rightarrow FH \perp HO$ mà H $\in$ (O) Vậy HF là tiếp tuyến của nửa đường tròn (O).	0,25đ
5		Có $3a^2 - 2ab + 3b^2 = (a + b)^2 + 2(a - b)^2 \geq (a + b)^2$ $\Rightarrow \sqrt{3a^2 - 2ab + 3b^2} \geq \sqrt{(a + b)^2} = a + b$ (do a, b không âm $\Rightarrow a + b \geq 0$) Tương tự $\sqrt{3b^2 - 2bc + 3c^2} \geq \sqrt{(b + c)^2} = b + c$ $\sqrt{3c^2 - 2ca + 3a^2} \geq \sqrt{(c + a)^2} = c + a$ Nên $P \geq 2(a + b + c)$ (1)	0,25đ
		Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho hai số không âm a và 1 ta được $a + 1 \geq 2\sqrt{a}$ Tương tự $b + 1 \geq 2\sqrt{b}$ $c + 1 \geq 2\sqrt{c}$ Nên $a + b + c + 3 \geq 2(\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c})$ Mà $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 3$ $\Rightarrow a + b + c \geq 3$ (2) Từ (1, 2) $\Rightarrow P \geq 6$ Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} a - b = 0 \\ b - c = 0 \\ c - a = 0 \\ a = 1 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$ hay $a = b = c = 1$ (thỏa mãn đề bài) Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là 6 khi $a = b = c = 1$	0,25đ

