

**Câu I. (2,0 điểm)**

1) Tính giá trị các biểu thức sau:

a)  $A = \sqrt{16} + 5$

b)  $B = \sqrt{8} - \sqrt{2}$

2) Giải các phương trình sau:

a)  $\sqrt{x-3} = 2$

b)  $x^2 - 4 = 0$

**Câu II. (2,0 điểm)**

1) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai đường thẳng  $(d_1): y = (m-1)x + 2$  và  $(d_2): y = x - 3$ . Tìm  $m$  để hai đường thẳng đã cho song song với nhau.

2) Cho phương trình:  $x^2 + 4x + 2m + 1 = 0$  ( $m$  là tham số)

a) Giải phương trình với  $m = 1$ .

b) Tìm  $m$  để phương trình có nghiệm kép.

**Câu III. (2,0 điểm)**

1) Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , có  $AB = 6cm$ ,  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Tính chu vi tam giác.

2) Một chiếc ti vi giảm giá hai lần, mỗi lần giảm giá 10% so với giá đang bán, sau khi giảm giá hai lần thì giá còn lại là 16 200 000 đồng. Hỏi giá bán ban đầu của chiếc ti vi là bao nhiêu?

**Câu IV. (2,0 điểm)**

Cho tam giác nhọn  $ABC$  ( $AB \neq AC$ ) có các đường cao  $AD, BE, CF$  cắt nhau tại  $H$ .

1) Chứng minh rằng: Tứ giác  $AEHF$  nội tiếp.

2) Chứng minh rằng:  $\widehat{ADE} = \widehat{ADF}$

3) Chứng minh rằng: Đường tròn ngoại tiếp tam giác  $EDF$  đi qua trung điểm  $M$  của cạnh  $BC$ .

**Câu V. (2,0 điểm)**

1) Tìm các số thực  $x; y; z$  thỏa mãn:  $x^2 + y^2 + 4z^2 - 4x - 2y + 4z + 6 = 0$ .

2) Cho các số thực  $x; y$  thỏa mãn  $x > 2y$  và  $xy = 3$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $P = \frac{x^2 + 4y^2 - 11}{x - 2y}$ .

----- HẾT -----

## ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

### Câu I. (2,0 điểm)

1) Tính giá trị các biểu thức sau:

a)  $A = \sqrt{16} + 5$

b)  $B = \sqrt{8} - \sqrt{2}$

2) Giải các phương trình sau:

a)  $\sqrt{x-3} = 2$

b)  $x^2 - 4 = 0$

**Giải**

1) a)  $A = \sqrt{16} + 5 = 4 + 5 = 9$

b)  $B = \sqrt{8} - \sqrt{2} = \sqrt{4 \cdot 2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$

2) a)  $\sqrt{x-3} = 2 \Leftrightarrow x-3 = 4 \Leftrightarrow x = 7$

Vậy phương trình có 1 nghiệm duy nhất:  $x = 7$

b)  $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$

Vậy phương trình có tập nghiệm:  $S = \{-2; 2\}$

### Câu II. (2,0 điểm)

1) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai đường thẳng  $(d_1): y = (m-1)x + 2$  và  $(d_2): y = x - 3$ . Tìm  $m$  để hai đường thẳng đã cho song song với nhau.

2) Cho phương trình:  $x^2 + 4x + 2m + 1 = 0$  (1) ( $m$  là tham số)

a) Giải phương trình với  $m = 1$ .

b) Tìm  $m$  để phương trình có nghiệm kép.

**Giải**

1) Hai đường thẳng  $(d_1): y = (m-1)x + 2$  và  $(d_2): y = x - 3$  song song với nhau khi và chỉ khi

$$m-1 = 1 \Leftrightarrow m = 2$$

Vậy  $m = 2$  thì  $(d_1) // (d_2)$ .

2) a) Với  $m = 1$ , phương trình đã cho trở thành:

$$x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=-3 \end{cases}$$

Vậy với phương trình có tập nghiệm là:  $S = \{-1; -3\}$ .

b) Phương trình (1) là phương trình bậc hai ẩn  $x$  có:  $\Delta' = 2^2 - (2m+1) = 4 - 2m - 1 = 3 - 2m$

Phương trình có nghiệm kép  $\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 3 - 2m = 0 \Leftrightarrow 2m = 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$

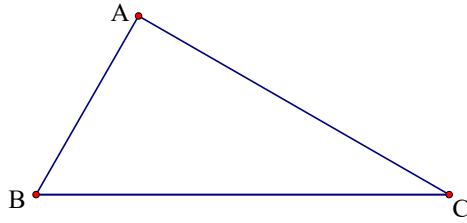
Vậy  $m = \frac{3}{2}$  thì phương trình (1) có nghiệm kép.

### Câu III. (2,0 điểm)

1) Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , có  $AB = 6\text{cm}$ ,  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Tính chu vi tam giác.

2) Một chiếc tivi giảm giá hai lần, mỗi lần giảm giá 10% so với giá đang bán, sau khi giảm giá hai lần thì giá còn lại là 16 200 000 đồng. Hỏi giá bán ban đầu của chiếc tivi là bao nhiêu?

**Giải**



$\Delta ABC$  vuông tại A:  $AB = 6\text{ cm}$ ,  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ .

$$AC = AB \tan \widehat{ABC} = 6 \tan 60^\circ = 6\sqrt{3} (\text{cm})$$

$$\frac{AB}{BC} = \cos \widehat{ABC} = \cos 60^\circ \Rightarrow BC = \frac{AB}{\cos 60^\circ} = 12 (\text{cm})$$

$$\text{Chu vi } \Delta ABC = AB + BC + CA = 6 + 12 + 6\sqrt{3} = 18 + 6\sqrt{3} (\text{cm})$$

2) Gọi giá ban đầu của chiếc ti vi là  $x$  (đồng) ( điều kiện:  $x > 0$  )

Giá của chiếc ti vi sau lần giảm giá 10% đầu tiên là:  $90\%x = \frac{9}{10}x$  (đồng)

Giá của chiếc ti vi sau lần giảm giá 10% lần thứ hai là:  $90\% \cdot \frac{9}{10}x = \frac{81}{100}x$  (đồng)

Sau khi giảm giá hai lần thì giá còn lại là 16 200 000 đồng. Ta có phương trình:

$$\frac{81}{100}x = 16\,200\,000 \Leftrightarrow x = 20\,000\,000 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

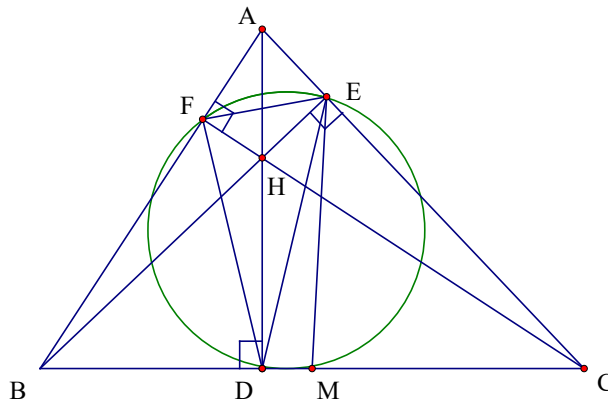
Vậy giá ban đầu của chiếc ti vi là 20 000 000 đồng.

#### Câu IV. (2,0 điểm)

Cho tam giác nhọn  $ABC$  ( $AB \neq AC$ ) có các đường cao  $AD, BE, CF$  cắt nhau tại  $H$ .

- 1) Chứng minh rằng: Tứ giác  $AEHF$  nội tiếp.
- 2) Chứng minh rằng:  $\widehat{ADE} = \widehat{ADF}$
- 3) Chứng minh rằng: Đường tròn ngoại tiếp tam giác  $EDF$  đi qua trung điểm  $M$  của cạnh  $BC$ .

**Giải**



- 1) Chứng minh rằng: Tứ giác  $AEHF$  nội tiếp.

$\Delta ABC$  có các đường cao  $AD, BE, CF$  cắt nhau tại  $H$ .

$$\Rightarrow \begin{cases} BE \perp AC \\ CF \perp AB \\ AD \perp BC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{AEH} = \widehat{HEC} = 90^\circ \\ \widehat{AFH} = \widehat{HFB} = 90^\circ \\ \widehat{HDB} = \widehat{HDC} = 90^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \widehat{AEH} + \widehat{AFH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Vậy  $AEHF$  là tứ giác nội tiếp ( tứ giác có tổng hai góc đối bằng  $180^\circ$  )

$$2) \text{ Chứng minh rằng: } \widehat{ADE} = \widehat{ADF}$$

$$\text{Tứ giác } BDHF \text{ có: } \widehat{BDH} + \widehat{BFH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Nên  $BDHF$  là tứ giác nội tiếp ( tứ giác có tổng hai góc đối bằng  $180^\circ$  )

$$\Rightarrow \widehat{HDF} = \widehat{HBF} \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn } \widehat{HF} \text{ ) hay } \widehat{ADF} = \widehat{EBF}$$

$$\text{Tứ giác } HECD \text{ có: } \widehat{HEC} + \widehat{HDC} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Nên  $HECD$  là tứ giác nội tiếp ( tứ giác có tổng hai góc đối bằng  $180^\circ$  )

$$\Rightarrow \widehat{HDE} = \widehat{HCE} \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn } \widehat{HE} \text{ ) hay } \widehat{ADE} = \widehat{ECF}$$

$$\text{Tứ giác } CEFB \text{ có: } \widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^\circ$$

$\Rightarrow B, E, F, C$  thuộc đường tròn đường kính  $BC$  (Quỹ tích cung chứa góc )

$$\Rightarrow \widehat{EBF} = \widehat{ECF} \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn } \widehat{EF} \text{ )}$$

$$\text{Nên } \widehat{ADE} = \widehat{ADF} .$$

3) Chứng minh rằng: Đường tròn ngoại tiếp tam giác  $EDF$  đi qua trung điểm  $M$  của cạnh  $BC$

Vì  $M$  là trung điểm của  $BC \Rightarrow M$  là tâm đường tròn đường kính  $BC$ .

$$\Rightarrow \widehat{EBC} = \frac{1}{2} \widehat{EMC} \text{ ( góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn } \widehat{EC} \text{ )}$$

$$\text{Đường tròn ngoại tiếp tứ giác } BDHF \text{ có: } \widehat{HFD} = \widehat{HBD} \text{ ( 2 góc nội tiếp cùng chắn } \widehat{HD} \text{ ) hay } \widehat{DFC} = \widehat{EBC} .$$

$$\Rightarrow \widehat{DFC} = \frac{1}{2} \widehat{EMC} \quad (1)$$

Chứng minh tương tự câu b ta có :  $\widehat{EFC} = \widehat{DFC}$  , mà tia  $FC$  nằm giữa hai tia  $FE$  và  $FD$

$$\Rightarrow FC \text{ là tia phân giác của } \widehat{EFD} \Rightarrow \widehat{EFC} = \widehat{DFC} = \frac{1}{2} \widehat{EFD} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) } \Rightarrow \widehat{EMC} = \widehat{EFD}$$

$$\text{Mà } \widehat{EMC} + \widehat{EMD} = 180^\circ \text{ ( hai góc kề bù ) } \Rightarrow \widehat{EFD} + \widehat{EMD} = 180^\circ$$

Lại có  $\widehat{EFD}$  và  $\widehat{EMD}$  là hai góc đối của tứ giác  $DFEM \Rightarrow DFEM$  là tứ giác nội tiếp

Vậy đường tròn ngoại tiếp tam giác  $EDF$  đi qua trung điểm  $M$  của cạnh  $BC$  .

#### Câu V. (2,0 điểm)

$$1) \text{ Tìm các số thực } x; y; z \text{ thỏa mãn: } x^2 + y^2 + 4z^2 - 4x - 2y + 4z + 6 = 0$$

$$2) \text{ Cho các số thực } x; y \text{ thỏa mãn } x > 2y \text{ và } xy = 3 .$$

$$\text{Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: } P = \frac{x^2 + 4y^2 - 11}{x - 2y}$$

**Giải**

$$1) \quad x^2 + y^2 + 4z^2 - 4x - 2y + 4z + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 4x + 4) + (y^2 - 2y + 1) + (4z^2 + 4z + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (2z + 1)^2 = 0$$

$$\text{Vi } \begin{cases} (x-2)^2 \geq 0 \quad \forall x \\ (y-1)^2 \geq 0 \quad \forall y \\ (2z+1)^2 \geq 0 \quad \forall z \end{cases} \Rightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 + (2z+1)^2 \geq 0 \quad \forall x; y; z$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ y-1=0 \\ 2z+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } (x; y; z) = \left(2; 1; -\frac{1}{2}\right).$$

$$2) \quad P = \frac{x^2 + 4y^2 - 11}{x-2y} = \frac{x^2 + 4y^2 - 12 + 1}{x-2y} \quad \text{mà } xy = 3$$

$$\Rightarrow P = \frac{x^2 + 4y^2 - 4xy + 1}{x-2y} = \frac{(x-2y)^2 + 1}{x-2y} = (x-2y) + \frac{1}{x-2y}$$

$$\text{Lại có } x > 2y \Rightarrow x-2y > 0$$

Áp dụng bất đẳng thức Co si cho hai số dương  $x-2y$  và  $\frac{1}{x-2y}$  ta có:

$$(x-2y) + \frac{1}{x-2y} \geq 2\sqrt{(x-2y) \cdot \frac{1}{x-2y}} = 2$$

$$\Rightarrow P \geq 2$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y > 0 \\ xy = 3 \\ x-2y = \frac{1}{x-2y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 3 \\ x-2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2y+1)y = 3 \quad (1) \\ x = 2y+1 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow 2y^2 + y - 3 = 0 \Leftrightarrow (y-1)(2y+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y-1=0 \\ 2y+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ y=-\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Mà } x = 2y+1 \text{ nên với } y=1 \text{ thì } x=3, \text{ với } y=-\frac{3}{2} \text{ thì } x=-2$$

$$\text{Vậy } P \text{ có giá trị nhỏ nhất bằng } 2 \Leftrightarrow (x; y) \in \left\{ (3; 1); \left(-2; -\frac{3}{2}\right) \right\}.$$

----- **HẾT** -----