

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN THI : TOÁN

Thời gian : 120 phút (không tính thời gian giao đề)

Bài 1. (2,00 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{3} + \sqrt{12} - \sqrt{27} - \sqrt{36}$.

b) Cho biểu thức $B = \frac{2}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{3\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$ với $x > 0$. Rút gọn biểu thức B và tìm x

sao cho $B = 2$.

Bài 2. (1,5 điểm)

Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số đã cho.

b) Đường thẳng $y = 8$ cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt A và B, trong đó điểm B có hoành độ dương. Gọi H là chân đường cao hạ từ A của tam giác OAB, với O là gốc tọa độ. Tính diện tích tam giác AHB (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimet).

Bài 3. (1,5 điểm)

a) Giải phương trình: $3x^2 - 7x + 2 = 0$

b) Biết rằng phương trình $x^2 - 19x + 7 = 0$ có hai nghiệm là x_1 và x_2 , không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức:

$$P = x_2(2x_1^2 - 38x_1 + x_1x_2 - 3)^2 + x_1(2x_2^2 - 38x_2 + x_1x_2 - 3)^2 + 120$$

Bài 4. (2,0 điểm)

a) Một số tự nhiên nhỏ hơn bình phương của nó 20 đơn vị. Tìm số tự nhiên đó.

b) Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc và một đoạn xuống dốc. Một người đi xe đạp từ A đến B hết 16 phút và đi từ B về A hết 14 phút. Biết vận tốc lúc lên dốc là 10 km/h, vận tốc lúc xuống dốc là 15 km/h (vận tốc lên dốc và xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính quãng đường AB.

Bài 5. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O đường kính AB. Trên cung nhỏ BC của đường tròn (O) lấy điểm D (không trùng với B và C). Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ C đến AB (H thuộc AB) và E là giao điểm của CH với AD.

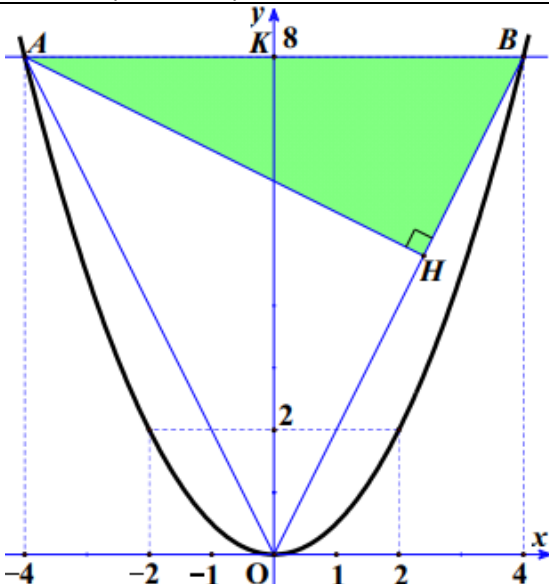
a) Chứng minh rằng tứ giác BDEH là tứ giác nội tiếp.

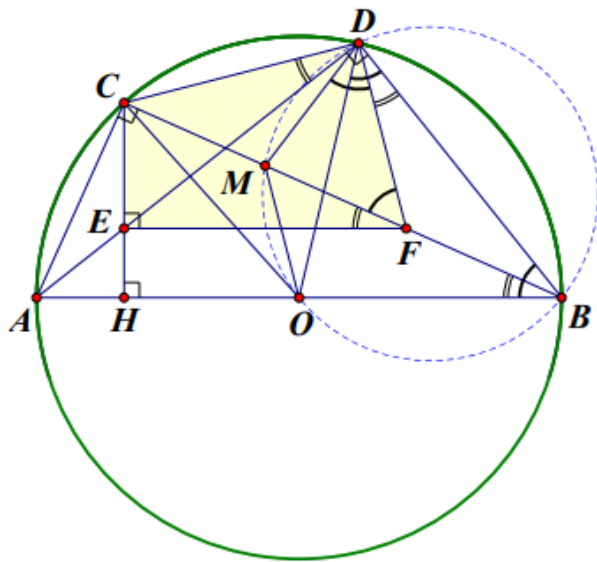
b) Chứng minh rằng $AB^2 = AE \cdot AD + BH \cdot BA$

c) Đường thẳng qua E song song với AB, cắt BC tại F. Chứng minh rằng $\widehat{CDF} = 90^\circ$ và đường tròn ngoại tiếp tam giác OBD đi qua trung điểm của đoạn CF.

--- HẾT ---

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

Bài	Sơ lược cách giải	Điểm
Bài 1 2,00 điểm	a) (1,00 điểm)	
	• Biến đổi được $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$	0,25
	• $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$	0,25
	• $\sqrt{36} = 6$	0,25
	• Kết luận $A = -6$	0,25
	b) (1,00 điểm)	
	Ta có $\frac{2}{\sqrt{x}-1} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$	0,25
	và $\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}$	0,25
Bài 2 1,50 điểm	Thu gọn $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} + \frac{3\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{4\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{4}{\sqrt{x}}$	0,25
	Do $x > 0$ và $x \neq 1$ nên $B = 2$ khi và chỉ khi $\frac{4}{\sqrt{x}} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4$	0,25
	Kết luận: Giá trị x cần tìm là 4.	
		0,25
	Vẽ đồ thị (P): xác định được ít nhất 3 điểm thuộc đồ thị.	0,25
	Vẽ đúng đồ thị.	0,25
Bài 3 1,50 điểm	Chỉ ra được tọa độ giao điểm $B(4;8)$	0,25
	Tính được $AB = 8$ và $OB = 4\sqrt{5}$	0,25
	Điểm $K(0;8)$ là hình chiếu của O trên AB. Ta có $OK = 8$ Theo công thức tính diện tích OAB. $\frac{1}{2}OK \cdot AB = \frac{1}{2}AH \cdot OB \Rightarrow AH = \frac{16\sqrt{5}}{5}$	0,25
	Tính được $BH = \frac{8\sqrt{5}}{5}$ và diện tích tam giác $ABH = \frac{64}{5}(cm^2)$	0,25
Bài 4 1,00 điểm	a) (0,75 điểm)	
	Tính đúng $\Delta = 25$	0,25
	Viết đúng công thức các nghiệm	0,25
	Kết luận phương trình có hai nghiệm $x_1 = \frac{1}{3}$ và $x_2 = 2$	0,25
	b) (0,75 điểm)	
	Vì phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 nên $x_1 + x_2 = 19$ và $x_1 x_2 = 7$	0,25
	Ngoài ra $x_1^2 - 19x_1 + 7 = 0$ và $x_2^2 - 19x_2 + 7 = 0$ Suy ra được $2x_1^2 - 38x_1 + x_1 x_2 - 3 = -10$ Hoặc $2x_2^2 - 38x_2 + x_1 x_2 - 3 = -10$	0,25
Bài 4	Thay vào biểu thức cần tính, ta được $P = x_2(-10)^2 + x_1(-10)^2 + 120 = 2020$	0,25
	a) (1,00 điểm)	

2,00 điểm	Gọi x là số tự nhiên cần tìm.	0,25	
	Ta có phương trình $x^2 - x = 20 \Leftrightarrow x^2 - x - 20 = 0$	0,25	
	Giải được hai nghiệm là $x_1 = -4$ và $x_2 = 5$	0,25	
	Kết luận số cần tìm là 5.	0,25	
	b) (1,00 điểm)		
	- Gọi quãng đường lên dốc, xuống dốc lúc đi từ A đến B lần lượt là x (km) và y (km). - Điều kiện: $x > 0, y > 0$	0,25	
	- 16 phút bằng $\frac{4}{15}$ giờ; 14 phút bằng $\frac{7}{30}$ giờ - Thời gian đi từ A đến B bằng $\frac{4}{15}$ giờ nên ta có phương trình $\frac{x}{10} + \frac{y}{15} = \frac{4}{15}$	0,25	
	- Thời gian đi từ B về A bằng $\frac{7}{30}$ giờ nên ta có phương trình $\frac{x}{15} + \frac{y}{10} = \frac{7}{30}$ - Giải hai hệ phương trình trên, ta được $x = 2, y = 1$ (thỏa) Kết luận quãng đường AB dài 3 km.	0,25	
Bài 5 3,00 điểm		Hình vẽ phục vụ câu a và b (chưa có điểm F)	0,50
		a) (0,75 điểm)	
		Vì $CH \perp AB$ (giả thiết) nên $\widehat{EHB} = 90^\circ$	0,25
		Ta có $\widehat{ADB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)	0,25
		Tứ giác BDEH có $\widehat{EDB} + \widehat{EHB} = 180^\circ$ nên nội tiếp được trong một đường tròn.	0,25
		b) (0,75 điểm)	
	Hai tam giác vuông AEH và ABD, có góc A chung nên đồng dạng	0,25	
	$\Rightarrow \frac{AE}{AH} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow AB.AH = AE.AD$	0,25	
	$\Rightarrow AB.(AB - BH) = AE.AD$ $\Rightarrow AB^2 = AE.AD + BH.BA$ Kết luận	0,25	
	c) (1,00 điểm)		
Vì EF song song AB nên $\widehat{ABC} = \widehat{EFC}$ (đồng vị)		0,25	
Lại có $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ (cùng chắn cung AC), do đó $\widehat{EDC} = \widehat{EFC}$			
Tứ giác CDFE có hai đỉnh D và F cùng nhìn cạnh EC dưới góc bằng nhau nên nội tiếp được. Suy ra $\widehat{CEF} + \widehat{CDF} = 180^\circ$ mà $\widehat{CEF} = \widehat{CHB} = 90^\circ$ (đồng vị) nên $\widehat{CDF} = 90^\circ$		0,25	
Suy ra $\widehat{ADC} = \widehat{FDB}$ vì cùng phụ $\widehat{FDE}$, do đó $\widehat{ABC} = \widehat{FDB}$ Gọi M là trung điểm của CF thì $MF = MD \Rightarrow \widehat{MDF} = \widehat{MFD}$ (1)			
Ta có $\widehat{MFD} = \widehat{FDB} + \widehat{FBD}$ (góc ngoài của tam giác) $\Rightarrow \widehat{MFD} = \widehat{FBO} + \widehat{FBD} = \widehat{OBD}$ (2)		0,25	
Mặc khác, tam giác OBD cân tại O nên $\widehat{OBD} = \widehat{ODB}$ (3)			
Từ (1), (2), (3) ta có $\widehat{MDF} = \widehat{ODB}$			
Suy ra $\widehat{MDO} + \widehat{ODF} = \widehat{ODF} + \widehat{FDB} \Rightarrow \widehat{MDO} = \widehat{FDB}$ $\Rightarrow \widehat{MDO} = \widehat{MBO}$ (cùng bằng $\widehat{FDB}$) Tứ giác BDMO có hai đỉnh D và B cùng nhìn cạnh MO dưới góc bằng nhau nên nội tiếp được trong một đường tròn. Kết luận.		0,25	