

ĐỀ BÀI

Câu 1. Cho hàm số bậc nhất $y = 2021x + 2022$. Hàm số đã cho là đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$? Vì sao?

Câu 2. Không dùng máy tính cầm tay, giải phương trình $3x^2 - 4x + 1 = 0$.

Câu 3. Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{20} - 2 - \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2}$.

Câu 4. Không dùng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = -3 \\ x + 3y = -4 \end{cases}$.

Câu 5. Cho biểu thức $B = \frac{x-6}{x+3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+3}}$, với $x > 0$.

a) Rút gọn biểu thức B .

b) Tìm giá trị của x để $B = -2$.

Câu 6. Một nhóm học sinh dự định làm 360 chiếc mũ chắn giọt bắn trong một thời gian nhất định để ủng hộ các địa phương trong công tác phòng, chống dịch bệnh COVID-19. Thực tế, mỗi ngày nhóm học sinh làm vượt mức 12 chiếc mũ so với dự định. Vì vậy, nhóm đã làm xong trước thời gian dự định hai ngày và làm thêm được 4 chiếc mũ. Hỏi theo dự định, mỗi ngày nhóm học sinh làm được bao nhiêu chiếc mũ?

Câu 7. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $BC = 10\text{cm}$ và $\sin \widehat{ACB} = \frac{3}{5}$.

Tính độ dài các đoạn thẳng AB, AC và AH .

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(1;2)$. Xác định vị trí tương đối của đường tròn $(M;1)$ và các trục tọa độ.

Câu 9. Cho đường tròn (O) và dây cung MN (MN không phải là đường kính). Lấy điểm K thuộc đoạn thẳng MN sao cho $KM > KN (K \neq N)$. Gọi I là điểm chính giữa của cung

nhỏ MN . Đường thẳng IK cắt đường tròn (O) tại điểm $E(E \neq I)$. Tiếp tuyến với đường tròn (O) tại điểm E cắt đường thẳng MN tại điểm F .

a) Chứng minh $\widehat{NKE} = \widehat{IME}$;

b) Gọi P là điểm đối xứng với điểm K qua F . Đường thẳng PE cắt đường tròn (O) tại điểm $Q(Q \neq E)$. Chứng minh IQ là đường kính của đường tròn (O) .

Câu 10. Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) ($AB < AC$). D là điểm nằm trên cung nhỏ $BC(D \neq B, DB < DC)$. Lấy điểm E thuộc đoạn thẳng AD sao cho $AE > ED(E \neq D)$. Đường tròn đường kính ED cắt đường tròn (O) tại điểm $F(F \neq D, F \neq B, F \neq C)$. Đường thẳng DO và AF cắt đường tròn đường kính ED lần lượt tại các điểm $M, N(M \neq D, N \neq F)$. Kẻ đường kính DK của đường tròn (O) . Chứng minh:

a) Bốn điểm A, E, M, K cùng thuộc một đường tròn;

b) Chứng minh: $\Delta NAD = \Delta MAD$.

_____ HẾT _____

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1:

Cho hàm số bậc nhất $y = 2021x + 2022$. Hàm số đã cho đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$? Vì sao?

Hàm số $y = 2021x + 2022$ có $a = 2021 > 0$ nên hàm số $y = 2021x + 2022$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 2:

Không dùng máy tính cầm tay, giải phương trình $3x^2 - 4x + 1 = 0$.

Phương trình $3x^2 - 4x + 1 = 0$ có $a + b + c = 3 - 4 + 1 = 0$

$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 1$ và $x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{3}$.

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \left\{ \frac{1}{3}; 1 \right\}$.

Câu 3:

Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{20} - 2 - \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2}$

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{20} - 2 - \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} \\ &= \sqrt{4 \cdot 5} - 2 - |\sqrt{5} - 2| \\ &= 2\sqrt{5} - 2 - \sqrt{5} + 2 \quad (\text{do } \sqrt{5} - 2 > 0) \\ &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

Vậy $A = \sqrt{5}$.

Câu 4:

Không dùng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = -3 \\ x + 3y = -4 \end{cases}$

$$\begin{cases} x + 2y = -3 \\ x + 3y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = -2y - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \cdot (-1) - 3 \\ y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có tập nghiệm $S = \{(-1; -1)\}$.

Câu 5:

Cho biểu thức $B = \frac{x-6}{x+3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+3}$ với $x > 0$

a) Rút gọn biểu thức B ;

ĐKXĐ: $x > 0$

$$\begin{aligned} B &= \frac{x-6}{x+3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \\ &= \frac{x-6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \\ &= \frac{x-6-(\sqrt{x}+3)+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{x-6-\sqrt{x}-3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{x-9}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } B = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}.$$

b) Tìm giá trị của x để $B = -2$

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có: $B = -2$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} = -2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}-3 = -2\sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x} = 3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ (TMDK)}$$

Vậy $x = 1$ thì $B = -2$.

Câu 6:

Một nhóm học sinh dự định làm 360 chiếc mũ chắn giọt bán trong một thời gian nhất định để ủng hộ các địa phương trong công tác phòng, chống dịch COVID-19. Thực tế, mỗi ngày nhóm học sinh làm vượt mức 12 chiếc mũ so với dự định. Vì vậy, nhóm đã làm xong trước thời gian dự định hai ngày và làm thêm được 4 chiếc mũ. Hỏi theo dự định, mỗi ngày nhóm học sinh làm được bao nhiêu chiếc mũ?

Gọi số chiếc mũ mỗi ngày nhóm học sinh dự định là được là x (chiếc), ($x \in \mathbb{N}^*, x < 360$).

$\Rightarrow$ Thời gian dự định nhóm học sinh làm xong 360 chiếc mũ là: $\frac{360}{x}$ (ngày)

Thực tế mỗi ngày, nhóm học sinh làm được số chiếc mũ là: $x + 12$ (chiếc).

$\Rightarrow$ Thời gian thực tế nhóm học sinh hoàn thành $360 + 4 = 364$ chiếc mũ là: $\frac{364}{x + 12}$ (ngày)

Nhóm học sinh đã hoàn thành xong trước dự định 2 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{360}{x} - \frac{364}{x + 12} = 2$$

$$\Leftrightarrow 360(x + 12) - 364x = 2x(x + 12)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 24x = 360x + 4320 - 364x$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 28x - 4320 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 14x - 2160 = 0$$

Phương trình có: $\Delta' = (-7)^2 + 1.2160 = 2209 > 0$

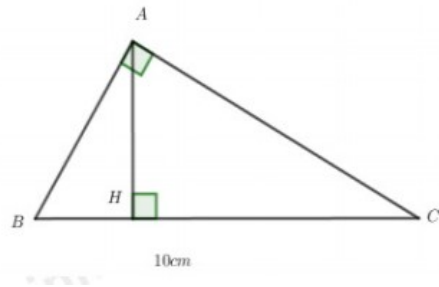
$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = -7 + \sqrt{2209} = 40(tm)$ và

$$x_2 = -7 - \sqrt{2209} = -54(ktm)$$

Vậy theo dự định, mỗi ngày nhóm học sinh làm được 40 chiếc mũ.

Câu 7.

Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $BC = 10cm$ và $\sin \widehat{ACB} = \frac{3}{5}$. Tính độ dài các đoạn thẳng AB, AC và AH .



Xét $\triangle ABC$ vuông tại A ta có:

$$\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AB = BC \cdot \sin \widehat{ACB} = 10 \cdot \frac{3}{5} = 6(\text{cm}).$$

Áp dụng định lý Pitago cho $\triangle ABC$ vuông tại A ta có:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow AC^2 = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(\text{cm}).$$

Áp dụng hệ thức lượng cho $\triangle ABC$ vuông tại A có đường cao AH ta có:

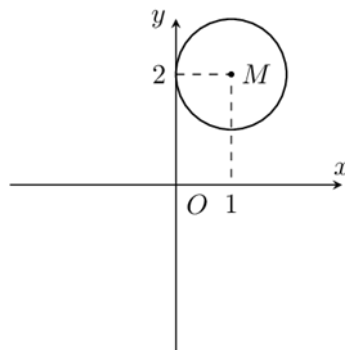
$$AH \cdot BC = AB \cdot AC$$

$$\Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{6 \cdot 8}{10} = 4,8(\text{cm})$$

Vậy $AB = 6\text{cm}, AC = 8\text{cm}, AH = 4,8\text{cm}$

Câu 8:

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(1;2)$. Xác định vị trí tương đối của đường tròn $(M;1)$ và các trục tọa độ.



Gọi R là bán kính đường tròn $(M;1) \Rightarrow R = 1$.

Gọi A, B lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục tọa độ Ox, Oy .

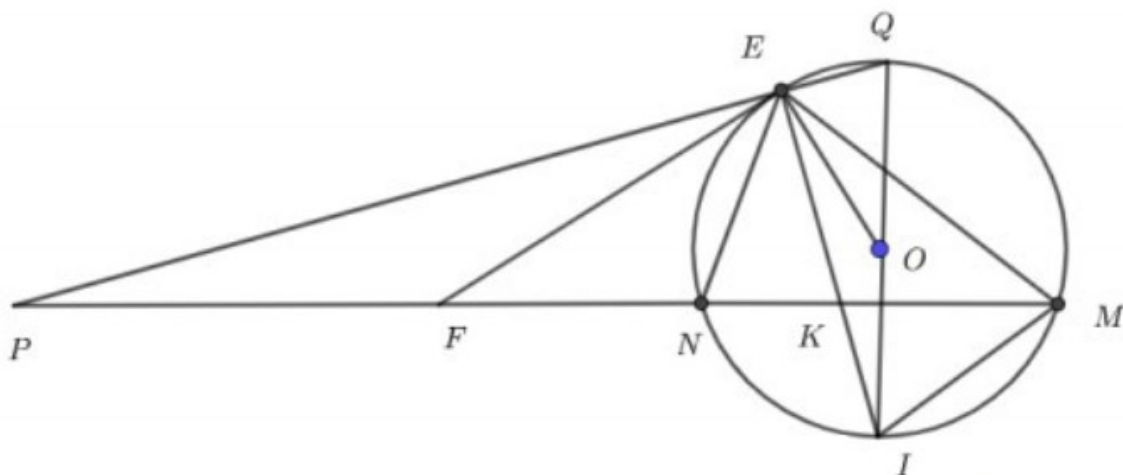
$$\text{Ta có: } \begin{cases} BM \perp OB \\ MA \perp OA \Rightarrow OAMB \text{ là hình chữ nhật} \\ OA \perp OB \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} MB = OA = 1 = R \\ MA = BO = 2 > R \end{cases}$$

$\Rightarrow Oy$ tiếp xúc với $(M;1)$ tại B và Ox không cắt đường tròn $(M;1)$.

Câu 9:

Cho đường tròn (O) và dây cung MN (MN không phải là đường kính). Lấy điểm K thuộc đoạn thẳng MN sao cho $KM > KN (K \neq N)$. Gọi I là điểm chính giữa của cung nhỏ MN . Đường thẳng IK cắt đường tròn (O) tại điểm $E (E \neq I)$. Tiếp tuyến với đường tròn (O) tại điểm E cắt đường thẳng MN tại F .



a) Chứng minh $\widehat{NKE} = \widehat{IME}$.

Ta có: $\widehat{NKE} = \widehat{IEM} + \widehat{EMN}$ (tính chất góc ngoài tam giác EMK).

$$\widehat{IME} = \widehat{IMN} + \widehat{EMN}$$

Ta có $\widehat{IEM} = \widehat{INM}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung MI).

Lại có I là điểm chính giữa cung MN suy ra $IM = IN$ (hai cung bằng nhau căng 2 dây bằng nhau).

$\Rightarrow \triangle IMN$ là tam giác cân tại $I \Rightarrow \widehat{IMN} = \widehat{INM}$ (tính chất tam giác cân).

Suy ra $\widehat{NKE} = \widehat{IME}$.

b) Gọi P là điểm đối xứng với điểm K qua F . Đường thẳng PE cắt đường tròn (O) tại điểm $Q(Q \neq E)$

Chứng minh IQ là đường kính của đường tròn (O) .

Ta có: $\widehat{FKE} = \widehat{IEM} + \widehat{NME}$ (tính chất góc ngoài tam giác)

$$\widehat{FEK} = \widehat{NEI} + \widehat{FEN}$$

Mà: $\widehat{FEN} = \widehat{NME}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung NE).

Trong (O) có: $\widehat{IEM} = \widehat{IEN}$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau).

Suy ra $\widehat{FEK} = \widehat{FKE}$. Suy ra tam giác FEK cân tại F suy ra $FE = FK$ (tính chất tam giác cân).

Mặt khác $FK = FP$ (gt) nên $FE = FK = FP = \frac{1}{2}PK$.

Tam giác EKP có $FE = FK = FP = \frac{1}{2}PK$ suy ra tam giác EKP vuông tại E .

Suy ra $EK \perp EP$ hay $EI \perp PQ$, suy ra $\widehat{IEQ} = 90^\circ$ nên là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn.

Vậy IQ là đường kính của đường tròn (O) (đpcm).

Câu 10:

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) ($AB < AC$). D là điểm nằm trên cung nhỏ BC ($D \neq B, DB < DC$). Lấy điểm E thuộc đoạn thẳng AD sao cho $AE > ED (E \neq D)$. Đường tròn đường kính ED cắt đường tròn (O) tại điểm $F (F \neq D, F \neq B, F \neq C)$. Đường thẳng DO và AF cắt đường tròn đường kính ED lần lượt tại các điểm $M, N (M \neq D, N \neq F)$. Kẻ đường kính DK của đường tròn (O) . Chứng minh:

Xét ΔNAD và ΔMAD có

$$ND = MD.$$

AD : cạnh chung.

$$\widehat{NDA} = \widehat{MDA} \text{ (chứng minh trên).}$$

$$\Rightarrow \triangle NDA = \triangle MDA \text{ (cạnh - góc - cạnh).}$$

_____ **THCS.TOANMATH.com** _____