

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề).
Chú ý: Đề thi gồm 02 trang. Thí sinh làm bài vào tờ giấy thi.

Bài 1. (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức:

$$A = \sqrt{50} - 3\sqrt{8} + \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2};$$

$$B = \frac{x\sqrt{x} - \sqrt{x}}{x-1} + \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} \text{ (với } x \geq 0, x \neq 1 \text{)}.$$

- Rút gọn các biểu thức A, B .
- Tìm các giá trị của x sao cho $A \leq B$.

Bài 2. (1,5 điểm)

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + \frac{1}{\sqrt{y}} = 3 \\ x - \frac{1}{\sqrt{y}} = 0 \end{cases}.$$

2. Bạn Nam hiện có 50000 đồng. Để phục vụ cho việc học tập, bạn muốn mua một quyển sách tham khảo Toán có giá 150000 đồng. Vì thế, bạn Nam đã lên kế hoạch mỗi ngày tiết kiệm 5000 đồng. Gọi số tiền bạn Nam tiết kiệm được sau x (ngày) (gồm cả tiền hiện có và tiền tiết kiệm được hàng ngày) là y (đồng).

- Lập công thức tính y theo x .
- Hỏi sau bao nhiêu ngày bạn Nam có vừa đủ tiền để mua được quyển sách tham khảo Toán?

Bài 3. (2,5 điểm)

1. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0$ (1) (x là ẩn số, m là tham số).

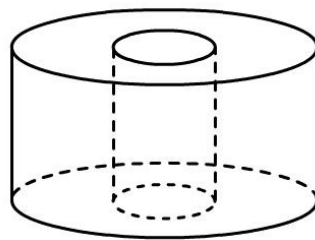
- Giải phương trình (1) khi $m = 1$.
- Xác định các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + 2(m+1)x_2 = 12m + 2$.

2. Bài toán có nội dung thực tế:

Lúc 9 giờ sáng, một xe ô tô khởi hành từ A đến B với vận tốc không đổi trên cả quãng đường là 55 km/h. Sau khi xe ô tô này đi được 20 phút thì cũng trên quãng đường đó, một xe ô tô khác bắt đầu đi từ B về A với vận tốc không đổi trên cả quãng đường là 45 km/h. Hỏi hai xe ô tô đó gặp nhau lúc mấy giờ? Biết quãng đường AB dài 135 km.

Bài 4. (0,75 điểm)

Một vật thể đặc bằng kim loại dạng hình trụ có bán kính đường tròn đáy và chiều cao đều bằng 6 cm. Người ta khoan xuyên qua hai mặt đáy của vật thể đó theo phương vuông góc với mặt đáy, phần bị khoan là một lỗ hình trụ có bán kính đường tròn đáy bằng 2 cm (Hình 1). Tính thể tích phần còn lại của vật thể đó.



Hình 1

Bài 5. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) . Các đường cao AD , BE và CF của tam giác ABC cắt nhau tại H .

- Chứng minh $BCEF$ và $CDHE$ là các tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh EB là tia phân giác của $\widehat{FED}$ và tam giác BFE đồng dạng với tam giác DHE .
- Giao điểm của AD với đường tròn (O) là I (I khác A), IE cắt đường tròn (O) tại K (K khác I). Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng EF . Chứng minh rằng ba điểm B , M , K thẳng hàng.

Bài 6. (0,75 điểm)

Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $x^2 \geq y^2 + z^2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{x^2}(y^2 + z^2) + x^2\left(\frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}\right) + 2016$.

----- Hết -----

(Thí sinh không sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Cán bộ coi thi 1: Cán bộ coi thi 2:

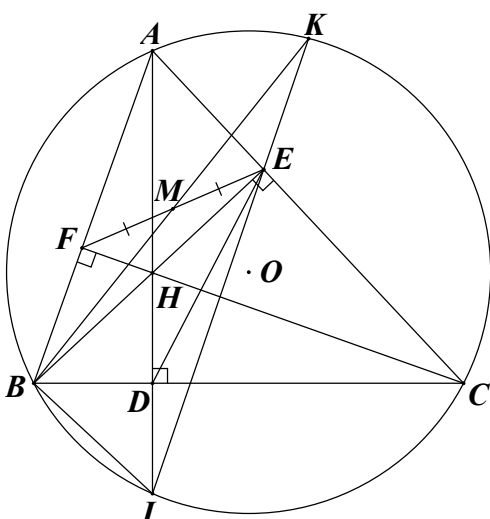
HDC CHÍNH THỨC

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ BIỂU ĐIỂM MÔN TOÁN

(gồm 04 trang)

Bài	Đáp án	Điểm
1 (1,5đ)	a) (1,0 điểm)	
	$A = \sqrt{50} - 3\sqrt{8} + \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} = 5\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + \sqrt{2} + 1 $	0,25
	$= -\sqrt{2} + \sqrt{2} + 1 = 1.$	0,25
	$B = \frac{\sqrt{x}(x-1)}{x-1} + \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1}$	0,25
	$B = \sqrt{x} + \sqrt{x} - 1 = 2\sqrt{x} - 1.$	0,25
	b) (0,5 điểm)	
	Vì $A \leq B$ suy ra $2\sqrt{x} - 1 \geq 1 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} \geq 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 1.$	0,25
	Kết hợp với điều kiện $x \geq 0, x \neq 1$ thì $x > 1.$	0,25
2 (1,5đ)	1) (0,75 điểm)	
	ĐK: $y > 0.$	0,25
	$\begin{cases} 2x + \frac{1}{\sqrt{y}} = 3 \\ x - \frac{1}{\sqrt{y}} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 3 \\ x - \frac{1}{\sqrt{y}} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{y}} = 1 \end{cases}.$	0,25
	Với $\frac{1}{\sqrt{y}} = 1 \Rightarrow \sqrt{y} = 1 \Leftrightarrow y = 1$ (TM $y > 0$).	
	Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x, y) = (1; 1).$	0,25
	2) (0,75 điểm)	
	a) Công thức tính y theo x là $y = 5000x + 50000$ (đồng).	0,25
3 (2,5đ)	b) Bạn Nam có vừa đủ tiền mua được quyển sách tham khảo Toán đó khi $5000x + 50000 = 150000$	0,25
	$\Leftrightarrow 5000x = 150000 - 50000 \Leftrightarrow 5000x = 100000 \Leftrightarrow x = 20$ (ngày).	
	Vậy sau 20 ngày tiết kiệm, bạn Nam vừa đủ tiền mua quyển sách tham khảo Toán.	0,25
	3.1 a) (0,5 điểm)	
	Với $m = 1$ phương trình (1) có dạng $x^2 - 4x + 3 = 0.$	0,25
	Vì $a + b + c = 1 + (-4) + 3 = 0$ nên phương trình có hai nghiệm là $x_1 = 1; x_2 = 3.$	0,25
	Vậy phương trình có hai nghiệm $x_1 = 1; x_2 = 3$ khi $m = 1.$	
	3.1 b) (1,0 điểm)	
	Có $\Delta' = [-(m+1)]^2 - (m^2 + 2) = m^2 + 2m + 1 - m^2 - 2 = 2m - 1.$	0,25
	Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 2m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}.$	0,25

	Khi đó theo hệ thức Vi-ét $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = m^2 + 2 \end{cases} (*)$.	
	Thay $2(m+1) = x_1 + x_2$ vào biểu thức $x_1^2 + 2(m+1)x_2 = 12m+2$ được $x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 = 12m+2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1 x_2 = 12m+2$ (2). Thay (*) vào phương trình (2) ta được $4(m+1)^2 - (m^2 + 2) = 12m+2 \Leftrightarrow 3m^2 - 4m = 0$ (3).	0,25
	Giải phương trình (3) ta được $m = 0$ $\left(KTM \ m > \frac{1}{2} \right)$, $m = \frac{4}{3}$ $\left(TM \ m > \frac{1}{2} \right)$. Vậy với $m = \frac{4}{3}$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + 2(m+1)x_2 = 12m+2$.	0,25
	3.2 (1,0 điểm)	
	Gọi thời gian xe ô tô đi từ A đến điểm gặp nhau của hai xe ô tô là x (giờ), (điều kiện $x > \frac{1}{3}$). (Với 20 phút bằng $\frac{1}{3}$ giờ).	0,25
	Khi đó, thời gian ô tô đi từ B đến điểm hai xe gặp nhau là $x - \frac{1}{3}$ (giờ). Vì xe ô tô đi từ A đến B đi với vận tốc là 55 km/h nên quãng đường xe đó đi đến điểm hai xe gặp nhau là $55x$ (km). Vì xe ô tô đi từ B về A với vận tốc là 45 km/h nên quãng đường xe đó đi đến điểm hai xe gặp nhau là $45\left(x - \frac{1}{3}\right)$ (km).	0,25
	Do hai xe chuyển động ngược chiều và đi trên quãng đường dài 135 km nên có phương trình: $55x + 45\left(x - \frac{1}{3}\right) = 135 \Leftrightarrow 100x - 15 = 135 \Leftrightarrow 100x = 150 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ $\left(TM \ x > \frac{1}{3} \right)$.	0,25
	Khi đó hai xe gặp nhau trên đường vào thời điểm 10 giờ 30 phút.	0,25
	(0,75 điểm)	
4 (0,75đ)	Gọi thể tích của vật thể hình trụ V_1 thì $V_1 = \pi R_1^2 h = 6^2 \cdot 6\pi = 216\pi$ (cm^3).	0,25
	Gọi thể tích của lỗ khoét hình trụ đó là V_2 thì $V_2 = \pi R_2^2 h = 2^2 \cdot 6\pi = 24\pi$ (cm^3).	0,25
	Gọi thể tích phần còn lại của vật thể đó là V thì $V = V_1 - V_2 = 216\pi - 24\pi = 192\pi$ (cm^3).	0,25
	Vẽ hình đúng cho câu a)	0,25

		
5 (3,0đ)	5. a (1,0 điểm)	
	Có BE, CF là các đường cao của tam giác ABC nên $\widehat{BFC} = 90^\circ; \widehat{BEC} = 90^\circ$.	0,25
	Tứ giác $BCEF$ có: $\widehat{BFC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$ nên $BCEF$ là tứ giác nội tiếp.	0,25
	Có AD, BE là các đường cao của tam giác ABC nên $\widehat{HDC} = 90^\circ; \widehat{HEC} = 90^\circ$.	0,25
	Tứ giác $CDHE$ có: $\widehat{HDC} + \widehat{HEC} = 180^\circ$ mà $\widehat{HDC}$ và $\widehat{HEC}$ là hai góc đối nhau nên $CDHE$ là tứ giác nội tiếp.	0,25
	5. b (0,75 điểm)	
	Do $BCEF$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{BEF} = \widehat{BCF}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{BF}$) hay $\widehat{BEF} = \widehat{HCD}$ (1).	0,25
	Do $CDHE$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{HED} = \widehat{HCD}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{HD}$) (2) Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{BEF} = \widehat{HED}$ hay $\widehat{BEF} = \widehat{BED}$. Do đó EB là tia phân giác của $\widehat{FED}$.	0,25
	Do $BCEF$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{EBF} = \widehat{ECF}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{EF}$) hay $\widehat{EBF} = \widehat{HCE}$ (3). Do $CDHE$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{HDE} = \widehat{HCE}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{HE}$) (4). Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{EBF} = \widehat{HDE}$.	0,25
	Xét $\triangle BFE$ và $\triangle DHE$ có $\widehat{BEF} = \widehat{BED}$ và $\widehat{EBF} = \widehat{HDE}$ nên $\triangle BFE \sim \triangle DHE$ (g.g).	0,25
	5. c (0,75 điểm)	
	Ta có $\widehat{EBC} = \widehat{CAD}$ (cùng phụ với $\widehat{ACB}$) hay $\widehat{EBC} = \widehat{CAI}$ Xét đường tròn (O) có $\widehat{CAI} = \widehat{CBI}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{CI}$) Nên $\widehat{EBC} = \widehat{CBI}$ hay BC là phân giác của $\widehat{HBI}$, mà $BC \perp HI$ suy ra $\triangle HBI$ cân tại B . Do đó BC là đường trung trực của $\triangle HBI$ suy ra D là trung điểm của HI .	0,25
	Vì $\triangle BFE \sim \triangle DHE \Rightarrow \frac{BF}{DH} = \frac{FE}{HE} \Rightarrow \frac{BF}{2DH} = \frac{FE}{2HE}$	0,25

	mà $HI = 2DH$ (D là trung điểm của HI) và $FM = \frac{FE}{2}$ (M là trung điểm của EF) Do đó $\frac{BF}{HI} = \frac{FM}{HE}$.	
	Xét $\triangle BFM$ và $\triangle IHE$ có $\frac{BF}{HI} = \frac{FM}{HE}$ và $\widehat{BFM} = \widehat{IHE}$ nên $\triangle BFM \sim \triangle IHE$ (c.g.c) suy ra $\widehat{FBM} = \widehat{HIE}$ (hai góc tương ứng) hay $\widehat{ABM} = \widehat{AIK}$ (5). Xét đường tròn (O) có $\widehat{ABK} = \widehat{AIK}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{AK}$) (6). Từ (5) và (6) suy ra $\widehat{ABM} = \widehat{ABK}$, mà BM, BK nằm trên cùng nửa mặt phẳng bờ chứa AB. Do đó hai tia BM và BK là hai tia trùng nhau hay B, M và K là ba điểm thẳng hàng.	0,25
6 (0,75đ)	(0,75 điểm)	
	Áp dụng BĐT $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$ ta được $P \geq \frac{y^2 + z^2}{x^2} + \frac{4x^2}{y^2 + z^2} + 2016$.	0,25
	$P \geq \frac{y^2 + z^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2 + z^2} + \frac{3x^2}{y^2 + z^2} + 2016$. Áp dụng BĐT $AM - GM$ và $x^2 \geq y^2 + z^2$ ta được $P \geq 2\sqrt{\frac{y^2 + z^2}{x^2} \cdot \frac{x^2}{y^2 + z^2}} + \frac{3(y^2 + z^2)}{y^2 + z^2} + 2016 = 2021$.	0,25
	Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} y^2 = z^2 \\ x^2 = y^2 + z^2 \\ \frac{y^2 + z^2}{x^2} = \frac{x^2}{y^2 + z^2} \end{cases} \Leftrightarrow y = z = \frac{x}{\sqrt{2}}.$ Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là 2021 đạt được khi $y = z = \frac{x}{\sqrt{2}}$.	0,25

*** Chú ý:**

- Trên đây chỉ trình bày một cách giải, nếu học sinh làm cách khác mà đúng thì cho điểm tối đa ứng với điểm của câu đó.
- Học sinh làm đúng đến đâu cho điểm đến đó theo đúng biểu điểm.
- Trong một câu:
 - + Có nhiều ý mà các ý phụ thuộc nhau, học sinh làm phần trên sai phần dưới đúng thì không cho điểm.
 - + Có nhiều ý mà các ý không phụ thuộc nhau, học sinh làm đúng ý nào thì cho điểm ý đó.
- Bài hình học, học sinh vẽ sai hình thì không chấm điểm. Học sinh không vẽ hình mà vẫn làm đúng thì cho nửa số điểm của các câu làm được.
- Bài làm có nhiều ý liên quan đến nhau, nếu học sinh công nhận ý trên mà làm đúng ý dưới thì cho điểm ý đó.
- Điểm của bài thi là tổng điểm các câu làm đúng và không được làm tròn.