

SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT NĂM HỌC 2020 – 2021
ĐỀ THI MÔN: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề.

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)

Trong các câu sau, mỗi câu chỉ có một lựa chọn đúng. Em hãy ghi vào bài làm chữ cái in hoa đứng trước lựa chọn đúng (Ví dụ: Câu 1 nếu chọn A là đúng thì viết 1.A).

Câu 1. Biểu thức $\sqrt{2020-x}$ có nghĩa khi và chỉ khi

- A. $x > 2020$. B. $x \geq 2020$. C. $x < 2020$. D. $x \leq 2020$.

Câu 2. Hàm số $y = mx - 2$ (m là tham số) đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

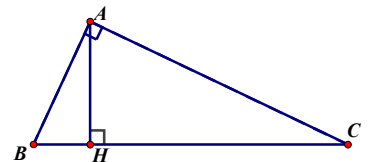
- A. $m \leq 0$. B. $m < 0$. C. $m > 0$. D. $m \geq 0$.

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH (Hình vẽ 1). Biết độ dài $BH = 5\text{ cm}$, $BC = 20\text{ cm}$. Độ dài cạnh AB bằng

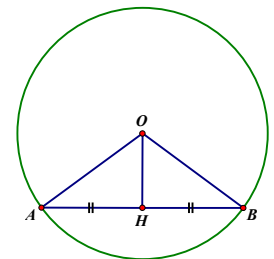
- A. 5 cm. B. 10 cm. C. 25 cm. D. 100 cm.

Câu 4. Cho đường tròn tâm O , bán kính R , H là trung điểm của dây cung AB (Hình vẽ 2). Biết $R = 6\text{ cm}$, $AB = 8\text{ cm}$. Độ dài đoạn thẳng OH bằng

- A. $2\sqrt{5}\text{ cm}$. B. 20 cm. C. 14 cm. D. $2\sqrt{13}\text{ cm}$.



Hình vẽ 1



Hình vẽ 2

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 5 (3,5 điểm).

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x - y = 9 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$$

b) Giải phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$

c) Cho parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x + m$ (với m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1x_2 + 1)^2 = x_1 + x_2 + x_1x_2 + 3$.

Câu 6 (1,0 điểm). Một đội xe theo kế hoạch mỗi ngày chở số tấn hàng như nhau và dự định chở 140 tấn hàng trong một số ngày. Do mỗi ngày đội xe đó chở vượt mức 5 tấn nên đội xe đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian dự định 1 ngày và chở thêm được 10 tấn hàng. Hỏi số ngày dự định theo kế hoạch là bao nhiêu?

Câu 7 (3,0 điểm). Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ điểm A kẻ hai tiếp tuyến AB và AC đến (O) (B, C là các tiếp điểm). Kẻ đường kính BD của đường tròn (O) . Đường thẳng đi qua O vuông góc với đường thẳng AD và cắt AD, BC lần lượt tại K, E . Gọi I là giao điểm của OA và BC .

a) Chứng minh rằng các tứ giác $ABOC, AIKE$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh rằng $OI.OA = OK.OE$.

c) Biết $OA = 5\text{ cm}$, đường tròn (O) có bán kính $R = 3\text{ cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng BE .

Câu 8 (0,5 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $abc = 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{a+1}{a^4} + \frac{b+1}{b^4} + \frac{c+1}{c^4} \geq \frac{3}{4}(a+1)(b+1)(c+1)$$

HẾT

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh..... Số báo danh.....

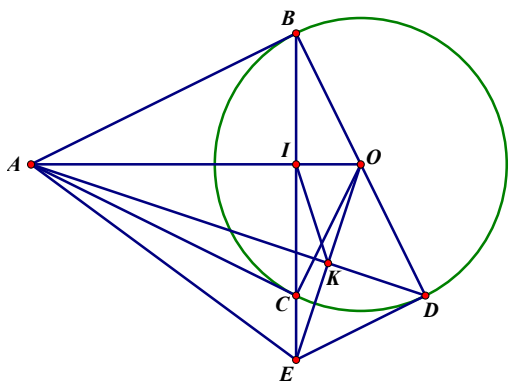
ĐỀ XUẤT HƯỚNG DẪN CHẤM

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM: Mỗi câu đúng được 0,5 điểm

Câu	1	2	3	4
Đáp án	D	C	B	A

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Nội dung chính	Điểm
Câu 5a. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 9 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$	1,25
Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 9 \text{ (1)} \\ x + 2y = 7 \text{ (2)} \end{cases}$ Từ (1) $\Rightarrow y = 2x - 9$ (3). Thế vào (2) ta được $x + 2(2x - 9) = 7 \Leftrightarrow x = 5$. Thay vào (3) ta được $y = 2 \cdot 5 - 9 = 1$. Vậy hệ có nghiệm duy nhất là $(x; y) = (5; 1)$.	0,25 0,5 0,5
Câu 5b . Giải phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$.	1,25
Tính được $\Delta' = 4 - 3 = 1 > 0$ Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{2 - \sqrt{1}}{1} = 1, x_2 = \frac{2 + \sqrt{1}}{1} = 3$ Vậy ...	0,25 0,5 0,5
Câu 5c. Cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x + m$ (với m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d cắt parabol (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 x_2 + 1)^2 = x_1 + x_2 + x_1 x_2 + 3$.	1,0
Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là: $\frac{1}{2}x^2 = 2x + m \Leftrightarrow x^2 = 4x + 2m \Leftrightarrow x^2 - 4x - 2m = 0 \text{ (1)}.$ d cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = (-2)^2 - 1 \cdot (-2m) > 0 \Leftrightarrow 4 + 2m > 0 \Leftrightarrow 2m > -4 \Leftrightarrow m > -2.$ Ta có x_1, x_2 là hoành độ giao điểm của d và (P) nên x_1, x_2 là hai nghiệm của (1). Do đó theo định lí Vi-et ta được: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 x_2 = -2m \end{cases}$ Khi đó $(x_1 x_2 + 1)^2 = x_1 + x_2 + x_1 x_2 + 3 \Leftrightarrow (-2m + 1)^2 = 4 - 2m + 3$ $\Leftrightarrow 4m^2 - 4m + 1 = 7 - 2m \Leftrightarrow 4m^2 - 2m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{3}{2} \end{cases}$ Kết hợp với điều kiện có nghiệm ta được $m = -1, m = \frac{3}{2}$ thỏa mãn.	0,25 0,25 0,25
Câu 6 . Một đội xe theo kế hoạch mỗi ngày chở số tấn hàng như nhau và dự định chở 140 tấn hàng trong một số ngày. Do mỗi ngày đội xe đó chở vượt mức 5 tấn nên đội xe	1,0

đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian dự định 1 ngày và chở thêm được 10 tấn hàng. Hỏi số ngày dự định theo kế hoạch là bao nhiêu?	
Gọi x (đơn vị: tấn, $x > 0$) là số tấn hàng đội xe chở trong một ngày theo kế hoạch. Khi đó thời gian hoàn thành kế hoạch theo dự định của đội xe là $\frac{140}{x}$ ngày. Thực tế mỗi ngày đội xe chở vượt mức 5 tấn nên mỗi ngày đội xe chở được $x + 5$ tấn Thời gian hoàn thành kế hoạch thực tế là $\frac{150}{x+5}$ ngày. Do đội xe đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian dự định 1 ngày nên ta có phương trình: $\frac{140}{x} - \frac{150}{x+5} = 1$ $\Leftrightarrow \frac{140(x+5) - 150x}{x(x+5)} = 1 \Leftrightarrow 140x + 700 - 150x = x(x+5)$ $\Leftrightarrow 700 - 10x = x^2 + 5x \Leftrightarrow x^2 + 15x - 700 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -35 \\ x = 20 \end{cases}$ So sánh với điều kiện ta được $x = 20$ (tấn). Vậy thời gian hoàn thành kế hoạch theo dự định là $\frac{140}{20} = 7$ ngày.	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 7. Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ điểm A kẻ hai tiếp tuyến AB và AC đến (O) (B, C là các tiếp điểm). Kẻ đường kính BD của đường tròn (O). Đường thẳng đi qua O vuông góc với đường thẳng AD và cắt AD, BC lần lượt tại K, E. Gọi I là giao điểm của OA và BC. a) Chứng minh rằng các tứ giác $ABOC, AIKE$ nội tiếp đường tròn.	3,0
	
a) Do AB, AC là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $\widehat{ABO} = 90^\circ, \widehat{ACO} = 90^\circ$ Xét tứ giác $ABOC$ ta có: $\widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ tứ giác $ABOC$ nội tiếp đường tròn. Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau ta được AO là trung trực của BC nên $\widehat{AIE} = 90^\circ$ Do OE vuông góc AD nên $\widehat{AKE} = 90^\circ$ Xét tứ giác $AIKE$ ta có $\widehat{AIE} = \widehat{AKE} = 90^\circ \Rightarrow$ tứ giác $AIKE$ nội tiếp đường tròn.	0,5 0,5
b) Tứ giác $AIKE$ nội tiếp đường tròn nên $\widehat{OIK} = \widehat{OEA}$ Xét hai tam giác OIK và tam giác OEA ta có: $\widehat{OIK} = \widehat{OEA}$ (theo chứng minh trên) $\widehat{IOK} = \widehat{EOA}$	0,25

Suy ra $\triangle OIK \sim \triangle OEA \Rightarrow \frac{OI}{OE} = \frac{OK}{OA} \Rightarrow OI.OA = OE.OK$ (đpcm).	0,75
c) Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác OAB ta được: $OI.OA = OB^2 = OD^2, \text{ kết hợp với phần b ta được } OK.OE = OD^2 \Rightarrow \frac{OK}{OD} = \frac{OD}{OE}$ Xét tam giác OKD và ODE ta có: $\frac{OK}{OD} = \frac{OD}{OE} \text{ và } \widehat{KOD} = \widehat{DOE} \Rightarrow \triangle OKD \sim \triangle ODE \Rightarrow \widehat{ODE} = \widehat{OKD} = 90^\circ.$ Xét hai tam giác BIO và tam giác BDE có: $\widehat{BIO} = \widehat{BDE} = 90^\circ, \widehat{OBI} = \widehat{EBD} \Rightarrow \triangle BIO \sim \triangle BDE$ $\Rightarrow \frac{BI}{BD} = \frac{BO}{BE} \Rightarrow BI.BE = BD.BO = 2R^2 = 18 \quad (1).$ Áp dụng định lí Pitago cho tam giác ABO ta có: $AB^2 = AO^2 - OB^2 = 16 \Rightarrow AB = 4 \text{ cm.}$ Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ABO ta được: $BI.AO = BA.BO \Rightarrow BI = \frac{BA.BO}{AO} = \frac{12}{5} \text{ cm.}$ Thay vào (1) ta được: $BE = \frac{18}{BI} = \frac{15}{2} \text{ cm.}$ Vậy $BE = \frac{15}{2} \text{ cm.}$	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 8 . Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $abc = 1$. Chứng minh rằng $\frac{a+1}{a^4} + \frac{b+1}{b^4} + \frac{c+1}{c^4} \geq \frac{3}{4}(a+1)(b+1)(c+1)$	0,5
Bất đẳng thức cần chứng minh tương đương với $\frac{a+1}{a^4(a+1)(b+1)(c+1)} + \frac{b+1}{b^4(a+1)(b+1)(c+1)} + \frac{c+1}{c^4(a+1)(b+1)(c+1)} \geq \frac{3}{4}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{a^4(b+1)(c+1)} + \frac{1}{b^4(a+1)(c+1)} + \frac{1}{c^4(a+1)(b+1)} \geq \frac{3}{4}$ Đặt $x = \frac{1}{a}, y = \frac{1}{b}, z = \frac{1}{c} \Rightarrow x, y, z > 0$ và $xyz = 1$. Bất đẳng thức cần chứng minh trở thành $\frac{x^3}{(1+y)(1+z)} + \frac{y^3}{(1+z)(1+x)} + \frac{z^3}{(1+x)(1+y)} \geq \frac{3}{4}$. Sử dụng bất đẳng thức AM – GM ta được: $\frac{x^3}{(1+y)(1+z)} + \frac{1+y}{8} + \frac{1+z}{8} \geq 3\sqrt[3]{\frac{x^3}{(1+y)(1+z)} \cdot \frac{1+y}{8} \cdot \frac{1+z}{8}} = \frac{3}{4}x$ Tương tự ta được: $\frac{y^3}{(1+z)(1+x)} + \frac{1+z}{8} + \frac{1+x}{8} \geq 3\sqrt[3]{\frac{y^3}{(1+z)(1+x)} \cdot \frac{1+z}{8} \cdot \frac{1+x}{8}} = \frac{3}{4}y$ $\frac{z^3}{(1+x)(1+y)} + \frac{1+x}{8} + \frac{1+y}{8} \geq 3\sqrt[3]{\frac{z^3}{(1+x)(1+y)} \cdot \frac{1+x}{8} \cdot \frac{1+y}{8}} = \frac{3}{4}z$ Cộng từng vế các bất đẳng thức trên và thu gọn ta được: $\frac{x^3}{(1+y)(1+z)} + \frac{y^3}{(1+z)(1+x)} + \frac{z^3}{(1+x)(1+y)} + 2\left(\frac{1+x}{8} + \frac{1+y}{8} + \frac{1+z}{8}\right) \geq \frac{3}{4}(x+y+z)$ $\Rightarrow \frac{x^3}{(1+y)(1+z)} + \frac{y^3}{(1+z)(1+x)} + \frac{z^3}{(1+x)(1+y)} \geq \frac{1}{2}(x+y+z) - \frac{3}{4} \geq \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt[3]{xyz} - \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \quad (\text{đpcm}).$ Dấu bằng xảy ra khi $x = y = z = 1 \Leftrightarrow a = b = c = 1$.	0,25 0,25

Cách khác câu 8:

Đặt $x = \frac{1}{a}, y = \frac{1}{b}, z = \frac{1}{c} \Rightarrow x, y, z > 0$ và $xyz = 1$.

Bất đẳng thức trở thành:

$$(x+1)x^3 + (y+1)y^3 + (z+1)z^3 \geq \frac{3}{4}(1+x)(1+y)(1+z)$$

$$\Leftrightarrow 4(x^4 + y^4 + z^4) + 4(x^3 + y^3 + z^3) \geq 3(xyz + xy + yz + xz + x + y + z + 1)$$

$$\Leftrightarrow 4(x^4 + y^4 + z^4) + 4(x^3 + y^3 + z^3) \geq 6 + 3(xy + yz + xz) + 3(x + y + z)$$

Áp dụng bất $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ac$ ta có:

$$3(x^4 + y^4 + z^4) \geq 3(x^2y^2 + z^2y^2 + x^2z^2) \geq 3xyz(x + y + z)$$

$$\Leftrightarrow 3(x^4 + y^4 + z^4) \geq 3(x + y + z)$$

$$\text{Lại có } x^4 + y^4 + z^4 \geq 3\sqrt[3]{(xyz)^4} = 3$$

$$\text{Do đó, } 4(x^4 + y^4 + z^4) \geq 3(x + y + z) + 3 \quad (1)$$

Mặt khác, theo bất AM - GM ta có

$$x^3 + y^3 + 1 \geq 3xy; x^3 + z^3 + 1 \geq 3xz; y^3 + z^3 + 1 \geq 3yz \Rightarrow 2(x^3 + y^3 + z^3) \geq 3(xy + yz + xz) - 3$$

$$\text{và cũng có: } 2(x^3 + y^3 + z^3) \geq 2 \cdot 3\sqrt[3]{(xyz)^3} = 6$$

$$\text{Do vậy, } 4(x^3 + y^3 + z^3) \geq 3(xy + yz + xz) + 3 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có đpcm