SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 - NĂM HỌC 2023-2024**
THỪA THIÊN HUẾ	**TRƯỜNG THPT CHUYÊN QUỐC HỌC - HUẾ**
	Môn thi: TOÁN (CHUYÊN TOÁN)
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	***Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề***

Câu 1 ***(1,5 điểm)***

a) Chứng minh giá trị của biểu thức $P=\left(\frac{2+\sqrt{a}}{a+2\sqrt{a}+1}-\frac{\sqrt{a}-2}{a-1}\right):\frac{\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+a-\sqrt{a}-1}$ không phụ thuộc vào giá trị của a, với $a>0$ và $a\neq 1$.

b) Cho a, b, c là ba số nguyên dương thỏa mãn $\frac{4}{a}+\frac{2}{b}=\frac{1}{c}$. Chứng minh $Q=a^2+4b^2+16c^2$ là một số chính phương.

Câu 2 ***(1,5 điểm)***

a) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y=2x^2$ và đường thẳng $(d): y=\frac{1}{2}x+m$. Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại A.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{x-2y-3}+2y^2+4y=0\\ x^2+1=xy\end{cases}$.

Câu 3 ***(2,0 điểm)***

a) Tìm m để phương trình $x^2-2(m-1)x-m^2+2m-3=0$ (x là ẩn số) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $\sqrt{x_1^2+1}-x_1=\sqrt{x_2^2+1}+x_2$.

b) Giải phương trình $2\left(\sqrt{x+9}-3\right)\left(\sqrt{9-x}+3\right)=9$.

Câu 4 ***(3,0 điểm)***

Cho tam giác nhọn ABC $(AB<AC)$ nội tiếp đường tròn (O), có đường cao AD và trực tâm H. Gọi E là điểm trên (O) sao cho hai dây AE và BC song song với nhau. Đường thẳng EH cắt (O) tại điểm thứ hai là F và cắt đường trung trực của BC tại M.

a) Chứng minh M là trung điểm của EH và AMOF là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $\widehat{OFA}+\widehat{ODF}=180°$.

c) Gọi K là điểm đối xứng với A qua O. Tiếp tuyến của (O) tại A cắt đường thẳng FK tại T. Chứng minh hai đường thẳng TH và BC song song với nhau.

Câu 5 ***(2,0 điểm)***

a) Tìm tất cả các số thực a sao cho $a+\sqrt{2023}$ và $\frac{999}{a}+\sqrt{2023}$ đều là các số nguyên.

b) Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $4a^2+b^2=2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T=\frac{4a}{2+b}+\frac{b}{1+a}+\frac{2024}{2a+b}.$$

---------- **HẾT** ----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **THỪA THIÊN HUẾ**	**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 - NĂM HỌC 2023-2024** **TRƯỜNG THPT CHUYÊN QUỐC HỌC-HUẾ** **Môn thi: TOÁN (CHUYÊN TIN)**
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	***Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề***

Câu 1 ***(1,5 điểm)***

Cho biểu thức $A=\left(\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}-\frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}\right):\left[\frac{2\left(x-2\sqrt{x}+1\right)}{x-1}\right]$ với $x>0, x\neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Chứng minh $\frac{1}{A}-\sqrt{x}\leq 2-2\sqrt{2}$.

Câu 2 ***(1,5 điểm)***

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y=(m-2)x+3$ và parabol $(P): y=x^2$. Chứng minh với mọi m, (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B nằm khác phía đối với trục tung. Gọi C và D lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B trên trục hoành. Tìm tất cả các giá trị của m để hai tam giác AOC và BOD có diện tích bằng nhau.

Câu 3 ***(2,0 điểm)***

a) Giải phương trình $\sqrt{x^2+x+2}=\frac{x^2+7x+2}{2x+3}$.

b) Cho phương trình $x^2-2mx+m^2-2=0$ (x là ẩn số). Chứng minh phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{x_1+x_2-1}{(x_1-x_2)^2+x_1x_2-4}$

Câu 4 ***(3,0 điểm)***

Cho hai đường tròn có bán kính khác nhau (O) và (O′) thay đổi, cắt nhau tại hai điểm cố định A, B sao cho góc OAO′ tù. Tiếp tuyến của (O) tại A cắt (O′) tại điểm thứ hai là P và tiếp tuyến của (O′) tại A cắt (O) tại điểm thứ hai là Q. Đường thẳng qua O vuông góc với AQ và đường thẳng qua O′ vuông góc với AP cắt nhau tại I.

a) Chứng minh tứ giác AOIO′ là hình bình hành và $\widehat{AOO'}=\widehat{PAB}$.

b) Chứng minh $\widehat{PAQ}+\widehat{OAO'}=180^\circ$ và BP.BQ không đổi khi các đường tròn (O) và (O′) thay đổi.

c) Gọi C là điểm đối xứng với A qua B. Chứng minh khi các đường tròn (O) và (O′) thay đổi thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CPQ luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Câu 5 ***(2,0 điểm)***

a) Tìm tất cả các cặp số tự nhiên $(x;y)$ thỏa mãn $(x+y)^2+xy^2+2y^3=9y^2+8x$.

b) Trong một đường tròn (O) có bán kính bằng 46 cm, cho 2023 điểm bất kỳ. Chứng minh tồn tại vô số hình tròn có bán kính bằng 1 cm nằm trong đường tròn (O) và không chứa bất kỳ điểm nào trong 2023 điểm đã cho.

—— HẾT ——