SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH YÊN BÁI

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 01 trang, gồm 05 câu)

KỲ THI TUYỂN SINH TRUNG HỌC
NĂM HỌC 2023 - 2024
Môn thi: **Toán Chuyên**
Thời gian: **150 phút** *(không kể thời gian giao đề)*
Khóa thi ngày: **02/6/2023**

Câu 1. *(1,5 điểm)*

Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{x+3\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}-3}+\dfrac{3}{x-\sqrt{x}}\right):\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$.

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A.

b) Tìm tất cả các giá trị của x để $A=4$.

Câu 2. *(3,0 điểm)*

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=2x-m-2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt lần lượt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+1=2x_2$.

2. Giải phương trình $x^2=x+2+2\sqrt{x+1}$.

3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x(x+1)(x+3y)=20 \\ x^2+2x+3y=12 \end{cases}$.

Câu 3. *(3,5 điểm)*

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O, các đường cao AD, BE, CF ($D\in BC, E\in CA, F\in AB$). Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt DF tại M, MC cắt (O) tại I khác C, IB cắt MD tại N.

a) Chứng minh rằng $MA // EF$.

b) Chứng minh rằng ΔMAF cân, tứ giác $AINF$ nội tiếp.

c) Chứng minh rằng $MA^2=MN.MD$.

d) Gọi K là giao điểm của CF và đường tròn (O). Chứng minh rằng A, N, K thẳng hàng.

Câu 4. *(1,0 điểm)*

1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình $2x^2+2y^2-5xy+2x-y-3=0$.

2. Cho hai số tự nhiên m,n thỏa mãn $m^2+m=2n^2+n$. Chứng minh rằng $m+n+1$ là số chính phương.

Câu 5. *(1,0 điểm)*

1. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c\le 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=\frac{1}{a^2+b^2+c^2}+\frac{2023}{ab+bc+ca}.$$

2. Cho một đa giác đều có 23 đỉnh. Tô màu các đỉnh của đa giác bằng một trong hai màu xanh hoặc đỏ. Chứng minh rằng luôn tồn tại ba đỉnh của đa giác được tô cùng màu và tạo thành một tam giác cân.

Hết

Thí sinh không sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.