

Câu 1 (1,5 điểm) Cho biểu thức $T = \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} \right) \left(\frac{\sqrt{a}}{4} - \frac{1}{4\sqrt{a}} \right)^2$ với $a > 0, a \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức T .

b) Tìm tất cả các giá trị của a để $T = -\sqrt{a} - 1$.

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Nhân dịp kỉ niệm 10 năm thành lập, cửa hàng GNH có thực hiện chương trình giảm giá cho mặt hàng X là 20% và mặt hàng Y là 15% so với giá niêm yết. Bà Giới mua 2 món hàng X và 1 món hàng Y phải trả số tiền là 395000 đồng. Ngày cuối cùng của chương trình, cửa hàng thay đổi bằng cách giảm giá mặt hàng X là 30% và mặt hàng Y là 25%. Vào ngày hôm đó, cô Định mua 3 món hàng X và 2 món hàng Y thì trả số tiền là 603000 đồng. Tính giá niêm yết của mỗi món hàng X và Y (giá niêm yết là giá ghi trên món hàng nhưng chưa thực hiện giảm giá).

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2m - 1 x + m^2 - 7 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $4x_1 + 3x_2 = 1$.

Câu 3 (1,0 điểm)

Giải phương trình $x^2 - 5x + 2 + 3 - 2x \sqrt{x^2 + x + 2} = 0$.

Câu 4 (2,5 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2R$. Từ A và B lần lượt kẻ hai tiếp tuyến Au, Bv với nửa đường tròn. Qua một điểm C thuộc nửa đường tròn (C khác A và B), kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn, nó cắt Au và Bv theo thứ tự ở M và N .

a) Chứng minh tứ giác $AMCO$ nội tiếp đường tròn và $CBO = CNO$.

b) Kẻ CH vuông góc với AB tại H , gọi K là giao điểm của CH với AN . Chứng minh ba điểm M, K, B thẳng hàng.

c) Gọi S là diện tích của tam giác ABC , S_1 là diện tích của tam giác MON . Hãy tính tỉ số $\frac{S_1}{S}$ khi $AM = 1,5R$.

Câu 5 (1,0 điểm)

Ông Tuệ khóa két sắt bằng mật mã có 4 chữ số. Ông chỉ nhớ rằng trong 4 chữ số đó không có chữ số 0 và tổng của chúng bằng 9. Hỏi ông Tuệ phải thử tối đa bao nhiêu lần mật mã khác nhau để chắc chắn mở được két sắt đó?

Câu 6 (1,0 điểm) Cho $a \geq 0, b \geq 0$ thỏa mãn $2a + 3b \leq 6$ và $2a + b \leq 4$. Chứng minh rằng:

$$-\frac{22}{9} \leq a^2 - 2a - b \leq 0.$$

Câu 7 (1,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A . Gọi M là một điểm trên cạnh BC , I và K lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABM và tam giác ACM . Xác định vị trí của M để diện tích tam giác AIK nhỏ nhất.

----- HẾT -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

- Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Chữ ký

- Cán bộ coi thi 1: Cán bộ coi thi 2: