

Câu 1 (2,0 điểm)

1) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{x\sqrt{x}-1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{2x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$, với $x > 0, x \neq 1$.

2) Giải phương trình: $5x^2 + 10x - 3\sqrt{5x^2 + 10x + 1} = 3$.

Câu 2 (3,0 điểm)

1) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: y = (m^2 + 2)x + 3$ (m là tham số). Gọi A, B lần lượt là giao điểm của d với Ox, Oy . Tìm m để diện tích tam giác OAB bằng 2.

2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 - 4xy + x + 4y = 2 \\ x^2 + y^2 = 5. \end{cases}$$

3) Cho phương trình: $x^2 - (m+5)x + 3m+4 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 5.

Câu 3 (2,75 điểm)

Cho đường tròn (O) , từ điểm A ở bên ngoài đường tròn vẽ hai tiếp tuyến AB và AC với đường tròn (O) (B, C là các tiếp điểm). Qua điểm A kẻ đường thẳng cắt đường tròn tại hai điểm M và N (điểm M nằm giữa hai điểm A và N ; tia AM nằm giữa hai tia AO và AC). Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng MN . Đường thẳng BC cắt OA tại H và cắt MN tại K .

1) Chứng minh tứ giác $BCIO$ nội tiếp.

2) Chứng minh $AI \cdot AK = AM \cdot AN$.

3) Tia AO cắt đường tròn tại hai điểm P và Q (điểm P nằm giữa hai điểm A và Q).

Gọi D là trung điểm của đoạn thẳng HQ . Từ H kẻ đường thẳng vuông góc BD cắt đường thẳng BP tại E . Chứng minh P là trung điểm của đoạn thẳng BE .

Câu 4 (1,5 điểm)

1) Với những giá trị nào của a thì các số $a + \sqrt{15}$ và $\frac{1}{a} - \sqrt{15}$ đều là các số nguyên?

2) Cho tam giác ABC có góc C tù. Giả sử các đường phân giác trong và phân giác ngoài của góc A của tam giác ABC lần lượt cắt đường thẳng BC tại D, E sao cho $AD = AE$. Chứng minh rằng $AB^2 + AC^2 = 4R^2$ với R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Câu 5 (0,75 điểm)

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq 3(a^2 + b^2 + c^2).$$

HẾT

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Giám thị không được giải thích gì thêm.