

ĐỀ CHÍNH THỨC**ĐỀ THI MÔN TOÁN**

(Dành cho thí sinh dự thi vào lớp chuyên Toán)

Ngày thi: 07/6/2023

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề.

Đề thi có 01 trang, gồm 04 câu.

Câu I (3,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức: $A = (\sqrt{5} - 1)\sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$

2. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - x - 3 = 0$. Không giải phương trình,

hãy tính giá trị biểu thức: $B = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$

3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = (m + 2)x + 3$. Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) cắt hai trục $Ox; Oy$ lần lượt tại 2 điểm A và B sao cho tam giác AOB cân.**Câu II (3,0 điểm)**

1. Giải phương trình: $(4x^2 - 7x + 4)(3x^2 - 4x + 3) = 3x^2$

2. Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + my = 3m - 3 \\ mx + y = 2m - 2 \end{cases} \quad (m \text{ là tham số}).$$
 Tìm các giá trị nguyên

của m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$, trong đó $x; y$ là các số nguyên.

3. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một con Robot được lập trình để chuyển động thẳng đều trên một quãng đường từ điểm A đến điểm B theo quy tắc: Đi được 120cm thì dừng lại 1 phút, đi tiếp 240cm rồi dừng lại 2 phút, đi tiếp 360cm rồi dừng lại 3 phút..., tổng thời gian từ khi bắt đầu di chuyển từ A cho đến B là 253 phút. Tính quãng đường từ A đến B biết vận tốc của Robot không đổi là 40cm/phút.

Câu III (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O , đường kính AB cố định. Trên tia đối của tia BA lấy điểm C cố định, qua C kẻ đường thẳng d vuông góc với AC . Gọi K là điểm cố định nằm giữa O và B (K khác O và B), qua K vẽ dây cung ED bất kì của đường tròn (O) . Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của AE và AD với đường thẳng d . Đường tròn ngoại tiếp tam giác APQ cắt tia AC tại điểm M (M khác A). Chứng minh rằng:

a) Tứ giác $PEDQ$ nội tiếp được trong một đường tròn.b) $\triangle AKD \sim \triangle AQM$.c) $AK \cdot AM = AB \cdot AC$.d) Khi dây ED thay đổi thì tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác APQ luôn nằm trên một đường cố định.**Câu IV (1,0 điểm)**

1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (2-x)\sqrt{1-x} - y\sqrt{y-1} = 0 \\ \sqrt{x+2} + \sqrt{y+1} = 3 \end{cases}$$

2. Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $a(a-1) + b(b-1) = ab$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $F = \frac{a^3 + b^3 + 2023(a+b) + 4}{ab}$

----- HẾT -----