

Câu 1. (1,0 điểm)

Thực hiện phép tính

$$A = \frac{\sqrt{7} + 1}{3 - 2\sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{14}}{\sqrt{2} - 1} + \sqrt{7} - 2\sqrt{2}.$$

Câu 2. (1,0 điểm)

Giải hệ phương trình

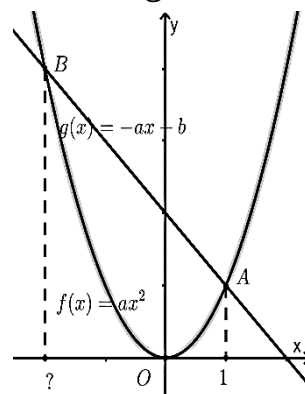
$$\begin{cases} x + \sqrt{3}y = 6 - 2\sqrt{3} \\ x + y = 2 \end{cases}.$$

Câu 3. (1,0 điểm)

Phương trình $x^2 + ax + b = 0$ (với $a; b$ là các số nguyên) có một nghiệm là $5 + \sqrt{21}$. Tính nghiệm còn lại.

Câu 4. (1,0 điểm)

Hình vẽ bên là đồ thị của hai hàm số $f(x) = ax^2$ và $g(x) = -ax + b$ ($a; b$ là các số thực), điểm chung thứ nhất có hoành độ bằng 1. Tìm hoành độ của điểm chung thứ hai của hai đồ thị.



Câu 5. (1,5 điểm)

Cho $x^3 + y^3 = 189$ và $(x + y)(x + 1)(y + 1) = 270$.
Tính $x + y$.

Câu 6. (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc đều nhọn, BH là đường cao kẻ từ B ($H \in AC$). Gọi D, E lần lượt là trung điểm của AB và AC , F là điểm đối xứng của điểm H qua DE .

- Chứng minh rằng tứ giác $ABFH$ nội tiếp.
- Chứng minh $\widehat{FBA} = \widehat{EFH}$.
- Chứng minh rằng BF đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Câu 7. (1,0 điểm)

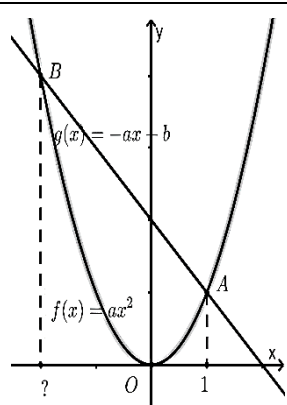
Một nhà máy sản xuất ống thép khi xuất xưởng các ống thép được bó lại tạo thành khối gồm 37 ống như hình vẽ. Biết các ống có dạng hình trụ đường kính đáy bằng nhau và bằng 10cm. Tính độ dài của một sợi dây đai để buộc các ống thép lại với nhau.

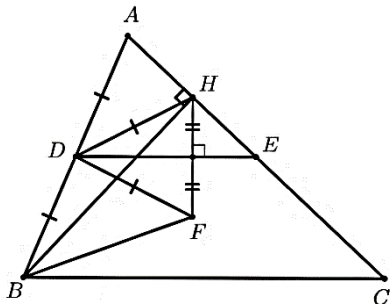


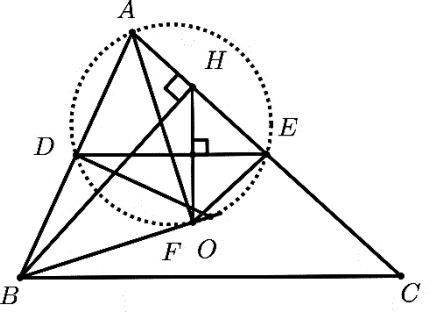
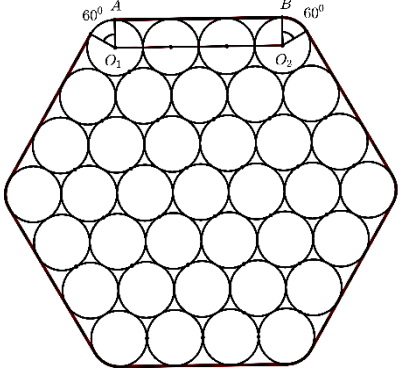
Dây đai

-----Hết-----

Số báo danh:.....; Phòng thi:.....

Câu	Lược giải	Điểm
Câu1 (1,0đ)	$A = \frac{\sqrt{7} + 1}{3 - 2\sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{14}}{\sqrt{2} - 1} + \sqrt{7} - 2\sqrt{2}$ $+ \frac{\sqrt{7} + 1}{3 - 2\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{7} + 1)(3 + 2\sqrt{2})}{9 - 8} = 3\sqrt{7} + 2\sqrt{14} + 3 + 2\sqrt{2}$	0,25
	$+ \frac{2\sqrt{14}}{\sqrt{2} - 1} = 2\sqrt{14}(\sqrt{2} + 1) = 4\sqrt{7} + 2\sqrt{14}$	0,25
	$\Rightarrow A = 3\sqrt{7} + 2\sqrt{14} + 3 + 2\sqrt{2} - (4\sqrt{7} + 2\sqrt{14}) + \sqrt{7} - 2\sqrt{2} = 3$ Vậy $A = 3$.	0,5
Câu2 (1,0đ)	$\begin{cases} x + \sqrt{3}y = 6 - 2\sqrt{3} \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3}y - y = 4 - 2\sqrt{3} \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (\sqrt{3} - 1)y = 4 - 2\sqrt{3} \\ x + y = 2 \end{cases}$ $\Rightarrow y = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} = \frac{(4 - 2\sqrt{3})(\sqrt{3} + 1)}{2} = -1 + \sqrt{3}$	0,5
	$\Rightarrow x = 2 - y = 2 - (-1 + \sqrt{3}) = 3 - \sqrt{3}$ Hệ có nghiệm $x = 3 - \sqrt{3}; y = -1 + \sqrt{3}$.	0,5
Câu3 (1,0đ)	Phương trình $x^2 + ax + b = 0$ (với $a; b$ là các số nguyên) có một nghiệm là $5 + \sqrt{21}$. Thay $x = 5 + \sqrt{21}$ vào phương trình ta được $(5 + \sqrt{21})^2 + a(5 + \sqrt{21}) + b = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow 25 + 10\sqrt{21} + 21 + 5a + a\sqrt{21} + b = 0$ $\Leftrightarrow (10 + a)\sqrt{21} + 5a + b + 46 = 0$	
	Vì a, b là các số nguyên nên $\begin{cases} 10 + a = 0 \\ 5a + b + 46 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -10 \\ -50 + b + 46 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -10 \\ b = 4 \end{cases}$	0,5
Câu4 (1,0đ)	Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là $ax^2 = -ax + b$ $\Leftrightarrow ax^2 + ax - b = 0$	
	Dựa vào hình vẽ phương trình có một nghiệm $x_1 = 1$, nghiệm còn lại $x_1 + x_2 = -\frac{a}{a} = -1$ $1 + x_2 = -1 \Leftrightarrow x_2 = -2$ Vậy giao điểm thứ hai có hoành độ $x = -2$.	

Câu5 (1,5đ)	Cho $x^3 + y^3 = 189$ và $(x + y)(x + 1)(y + 1) = 270$. Tính $x + y$. Đặt $S = x + y$; $P = xy$ ta được	0,5
	$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) = S(S^2 - 3P) = S^3 - 3SP$	
	$(x + y)(x + 1)(y + 1) = (x + y)(xy + x + y + 1) = S(S + P + 1)$ $= S^2 + SP + S$	
	Theo giả thiết ta có	0,5
	$\begin{cases} S^3 - 3SP = 189 \\ S^2 + SP + S = 270 \end{cases}$ $\Rightarrow S^3 + 3S^2 + 3S = 999$	
	$\Leftrightarrow S^3 + 3S^2 + 3S + 1 = 1000$ $\Leftrightarrow (S + 1)^3 = 1000 \Rightarrow S + 1 = 10 \Leftrightarrow S = 9$ Vậy $x + y = 9$.	0,5
Câu6a (1,5đ)	Ta có tam giác AHB vuông tại H , D là trung điểm AB nên $AD = DB = DH$ (tính chất trung tuyến của tam giác vuông).	0,5
	$DH = DF$ (do H và F đối xứng nhau qua DE) $\Rightarrow DA = DH = DF = DB$. Vậy tứ giác $ABFH$ nội tiếp trong đường tròn có tâm D .	0,5
	 (Hình vẽ 0,5đ)	
Câu6b (1,0đ)	Tứ giác $ABFH$ nội tiếp trong đường tròn có tâm D Suy ra $\widehat{FBA} = \widehat{FHE}$ (cùng bù với $\widehat{FHA}$)	0,5
	$\widehat{EFH} = \widehat{FHE}$ (do F, H đối xứng qua DE) $\Rightarrow \widehat{FBA} = \widehat{EFH}$	0,5
Câu6c (1,0đ)	Giả sử O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC khi đó $\widehat{ACB} = \frac{1}{2}\widehat{AOB}$ và ngược lại, do D là trung điểm AB nên $\widehat{ACB} = \widehat{DOB} = 90^\circ - \widehat{OBA}$ Do đó ta chỉ cần chứng minh $\widehat{ACB} = 90^\circ - \widehat{FBA}$ thì BF đi qua O .	0,5
	Thật vậy $\widehat{ACB} = \widehat{AED}$ (do ED song song CB) $\widehat{AED} = 90^\circ - \widehat{EHF} = 90^\circ - \widehat{EFH}$ $= 90^\circ - \widehat{FBA}$ (chứng minh câu b) Vậy $\widehat{ACB} = 90^\circ - \widehat{FBA}$. Điều phải chứng minh, hay đường thẳng BF đi qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .	0,5

	<i>Cách khác</i> Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC Tứ giác $ADOE$ nội tiếp trong đường tròn do $\widehat{OEA} = \widehat{ODA} = 90^\circ$ Mà $AD = DH = DB$ nên $\widehat{BAC} = \widehat{DHA} = 180^\circ - \widehat{DHE}$ $= 180^\circ - \widehat{DFE}$ Vậy tứ giác $ADFO$ nội tiếp hay các điểm A, D, F, O, E cùng nằm trên một đường tròn. $\Rightarrow \widehat{C} = \widehat{DEA} = \widehat{DEF} = \widehat{DOF}$ Vì O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác nên $\widehat{C} = \frac{1}{2} \widehat{AOB} = \widehat{DOB}$ Vậy $\widehat{DOF} = \widehat{DOB}$ hay BF đi qua tâm O đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.		
Câu7 (1,0đ)	Dây đai xem là hình giới hạn bởi 6 đoạn thẳng và 6 cung tròn bằng nhau như hình vẽ. Độ dài mỗi đoạn chính là khoảng cách giữa hai tâm đường tròn biên gồm 4 đường tròn tiếp xúc nhau và tiếp xúc với dây đai. Độ dài mỗi cạnh: $3 \times 10 = 30\text{cm}$ Mỗi cung tròn có số đo cung bằng 60°, độ dài mỗi cung bằng: $\frac{\pi R n}{180} = \frac{\pi \cdot 5 \cdot 60}{180} = \frac{5\pi}{3} \text{ cm}$		1,0
	Độ dài dây đai là: $30 \times 6 + \frac{5\pi}{3} \times 6 = 180 + 10\pi \approx 211,4\text{cm}.$ <i>(nếu học sinh xem dây đai là lục giác đều độ dài 6 cạnh, mỗi cạnh 40cm hoặc 30cm thì điểm tối đa là 0,25)</i>		

Lưu ý: - Thí sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

- Điểm tổng toàn bài giữ nguyên không làm tròn.