

Câu 1. (2 điểm)

a) Cho hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) có đồ thị (P) . Tìm a để (P) đi qua điểm $I(-\sqrt{3}; 9)$.

b) Cho hai đường thẳng $(d_1): y = (m-3)x + 2m^2 - m$ và $(d_2): y = 1 - 2x$, với m là tham số.

Tìm m biết (d_1) cắt (d_2) và (d_1) đi qua điểm $M(4; -7)$.

c) Rút gọn biểu thức $T = \left[\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{9}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} \right] \cdot \frac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x > 0, x \neq 9$.

Câu 2. (1 điểm) Cho phương trình bậc hai $3x^2 - 2x + 5 - 2m = 0$, với m là tham số.

Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 là độ dài hai cạnh của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $\frac{1}{2}$.

Câu 3. (1 điểm) Giải phương trình: $\sqrt{3x+2} - 3\sqrt{2-x} - 3x + 4 = 0$.

Câu 4. (1 điểm) Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình: $(2x - y + 3)^2 = 3(x - 3y - y^2 + 2)$.

Câu 5. (1 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 37 \\ 4x^2 - 3y^2 = 16x - 9y. \end{cases}$$

Câu 6. (1 điểm) Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $16x + 7y + 13z = 15$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \frac{2xy}{2x+y} + \frac{3yz}{2y+z} + \frac{7zx}{2z+x}$.

Câu 7. (3 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A có đường phân giác AD (D thuộc BC) và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Qua D kẻ đường thẳng vuông góc với BC và cắt hai đường thẳng AC, AB lần lượt tại E, F .

a) Chứng minh tứ giác $ADCF$ nội tiếp trong một đường tròn.

b) Gọi I là trung điểm CF . Chứng minh tam giác CDF là tam giác vuông cân và $DI \parallel BE$.

c) Cho diện tích tam giác BCF bằng $(9 - 3\sqrt{3}) \text{ cm}^2$. Tính độ dài cạnh AB .

————— HẾT —————