SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **TỈNH BÌNH PHƯỚC** **ĐỀ CHÍNH THỨC** (*Đề thi gồm có 01 trang*)	KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM HỌC: 2022 – 2023 ĐỀ THI MÔN: TOÁN (CHUYÊN) Thời gian: 150 phút (*không kể thời gian phát đề*) Ngày thi: 07/06/2022

Câu 1. (2,0 điểm) Cho biểu thức $P=\frac{2x+3}{\sqrt{x}}+\frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}-\frac{x^2+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+x}$ với $x>0, x\neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P.

Câu 2. (1,5 điểm) Cho phương trình $(x-1)(x^2-2x+m)=0\ (1)$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (1) có đúng ba nghiệm phân biệt thỏa mãn $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=\frac{1}{3}$.

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình: $(x-1)(x-3)+6=4\sqrt{x^2-4x+6}$.

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+4xy+10x-12y^2-12y+9=0 \\ \sqrt{3y-2}-\sqrt{\frac{x+5}{2}}=xy-2y-2 \end{cases}$.

Câu 4. (2,5 điểm) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC, M là điểm bất kì trên cung nhỏ BC. Gọi I,J lần lượt là hình chiếu của M lên các đường thẳng BC,CA. Đường thẳng IJ cắt đường thẳng AB tại K.

a) Chứng minh bốn điểm B,K,M,I cùng thuộc một đường tròn. Từ đó suy ra $MK\perp AB$.

b) Gọi M_1,M_2,M_3 lần lượt là các điểm đối xứng của M qua các đường thẳng BC,CA,AB. Chứng minh bốn điểm M_1,M_2,M_3 và H thẳng hàng.

c) Chứng minh khi điểm M di động trên cung nhỏ BC ta luôn có $M_2M_3\leq 4R.\sin\widehat{BAC}$. Xác định vị trí của điểm M khi dấu bằng xảy ra.

Câu 5. (1,0 điểm)

a) Giải phương trình nghiệm nguyên: $x^2-6y^2+xy+2y-x-7=0$.

b) Cho x,y là các số nguyên thỏa mãn $x^2-2021y^2+2022$ chia hết cho xy. Chứng minh rằng x,y là các số lẻ và nguyên tố cùng nhau.

Câu 6. (1,0 điểm)

a) Cho a,b là các số thực dương thỏa mãn $a+b=2$.

Chứng minh: $\frac{a^2}{b+1}+\frac{b^2}{a+1}\geq 1$.

b) Cho a,b,c là các số thực dương thỏa mãn $\sqrt{ab+a+b+1}+c=6$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{2a+1}{a+1}+\frac{2b+1}{b+1}+\frac{2c+2}{c+2}$.

………**HẾT**………

- *Thí sinh **không** được sử dụng tài liệu.*
- *Giám thị coi thi **không** giải thích gì thêm.*

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
BÌNH PHƯỚC

ĐỀ CHÍNH THỨC

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2022 - 2023
ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM
Bài thi: TOÁN
(*Đáp án – thang điểm gồm có 07 trang*)

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

Câu 1. (2 điểm)

Cho biểu thức $P=\dfrac{2x+3}{\sqrt{x}}+\dfrac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}-\dfrac{x^2+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+x}$ với $x>0;x\neq 1$	
Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{2x+3}{\sqrt{x}}+\dfrac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}}-\dfrac{x^2+\sqrt{x}}{x\sqrt{x}+x}$ $=\dfrac{2x+3}{\sqrt{x}}+\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}-\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)}{x\left(\sqrt{x}+1\right)}$	0.5
$=\dfrac{2x+3}{\sqrt{x}}+\dfrac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}-\dfrac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$	0.25
$=\dfrac{2x+2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}}.$	0.25
Tìm giá trị nhỏ nhất của P $P=2\sqrt{x}+\dfrac{3}{\sqrt{x}}+2\geq 2\sqrt{2\sqrt{x}.\dfrac{3}{\sqrt{x}}}+2$ $=2\sqrt{6}+2$	0.25 0.25
Vậy GTNN của $P=2\sqrt{6}+2$ khi và chỉ khi $2\sqrt{x}=\dfrac{3}{\sqrt{x}}\Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}$ (thỏa mãn điều kiện)	0.25 0.25

Câu 2. (1.5 điểm)

Nội dung	Điểm
Cho phương trình $\left(x-1\right)\left(x^2-2x+m\right)=0\ \left(1\right)$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left(1\right)$ có đúng ba nghiệm phân biệt thỏa mãn $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}+\dfrac{1}{x_3}=\dfrac{1}{3}$.	

Ta có: $(x-1)(x^2-2x+m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-2x+m=0\ \ (*) \end{array}\right.$ Để phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt x_1,x_2,x_3 thì phương trình $(*)$ phải có hai nghiệm phân biệt khác 1.	0.25 0.25
$\begin{cases} \Delta' = 1-m>0 \\ f(1)\neq 0\ \left(f(x)=x^2-2x+m\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<1 \\ m\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m<1$	0.25
Do vai trò các nghiệm như nhau, gọi $x_3=1$ và phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn hệ thức viet $\begin{cases} x_1+x_2=2 \\ x_1x_2=m \end{cases}$ Từ yêu cầu bài toán: $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=\frac{1}{3}$ thì phương trình $(*)$ phải có nghiệm khác 0 hay $m\neq 0$	0.25 0.125
$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}=\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=-\frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{2}{m}=-\frac{2}{3} \Leftrightarrow m=-3$ thỏa mãn điều kiện.	0.375

Câu 3. (2 điểm)

Nội dung	Điểm
a) Giải phương trình: $(x-1)(x-3)+6=4\sqrt{x^2-4x+6}$.	
Phương trình đã cho $\Leftrightarrow x^2-4x+6-4\sqrt{x^2-4x+6}+3=0$ Đặt $t=\sqrt{x^2-4x+6}\geq 0$	0.25
Phương trình trở thành: $t^2-4t+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=3 \end{array}\right.$	0.25
Với $t=3 \Rightarrow \sqrt{x^2-4x+6}=3 \Leftrightarrow x^2-4x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2+\sqrt{7} \\ x=2-\sqrt{7} \end{array}\right.$	0.25
Với $t=1 \Rightarrow \sqrt{x^2-4x+6}=1 \Leftrightarrow x^2-4x+5=0\,(vn)$.	0.25
b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+4xy+10x-12y^2-12y+9=0 \\ \sqrt{3y-2}-\sqrt{\frac{x+5}{2}}=xy-2y-2 \end{cases}.$	

ĐK: $\begin{cases} x \ge -5 \\ y \ge \dfrac{2}{3} \end{cases}$ Ta có $(1) \Leftrightarrow x^2 + 2(5+2y)x - 12y^2 - 12y + 9 = 0$ $\Delta'_x = 16(y+1)^2 \ge 0$	0.125
$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2y-1 \\ x = -6y-9 \end{array}\right.$	0.125
* Với $x = -6y - 9 \le -13$ loại.	0.125
* Với $x = 2y - 1$ thay vào phương trình (2) ta được: $\sqrt{3y-2} - \sqrt{y+2} = 2y^2 - 3y - 2$ $\Leftrightarrow \dfrac{2(y-2)}{\sqrt{3y-2}+\sqrt{y+2}} - (y-2)(2y+1) = 0$	0.25
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 2 \\ \dfrac{2}{\sqrt{3y-2}+\sqrt{y+2}} - (2y+1) = 0 \quad (**) \end{array}\right.$	0.125
+ Với $y = 2 \Rightarrow x = 3$ (thỏa mãn điều kiện).	0.125
+ Xét phương trình $(**)$: $$\dfrac{2}{\sqrt{3y-2}+\sqrt{y+2}} = 2y+1 \quad (**)$$ Vì $y \ge \dfrac{2}{3}$ nên: $\sqrt{3y-2} + \sqrt{y+2} \ge \sqrt{\dfrac{2}{3}+2} > \sqrt{2} \Rightarrow \dfrac{2}{\sqrt{3y-2}+\sqrt{y+2}} < \sqrt{2}$ Mà $2y + 1 > \dfrac{4}{3} + 1 > \sqrt{2}$ Vậy phương trình $(**)$ vô nghiệm. Kết luận: hệ có nghiệm duy nhất $(x;y) = (3;2)$.	0.125

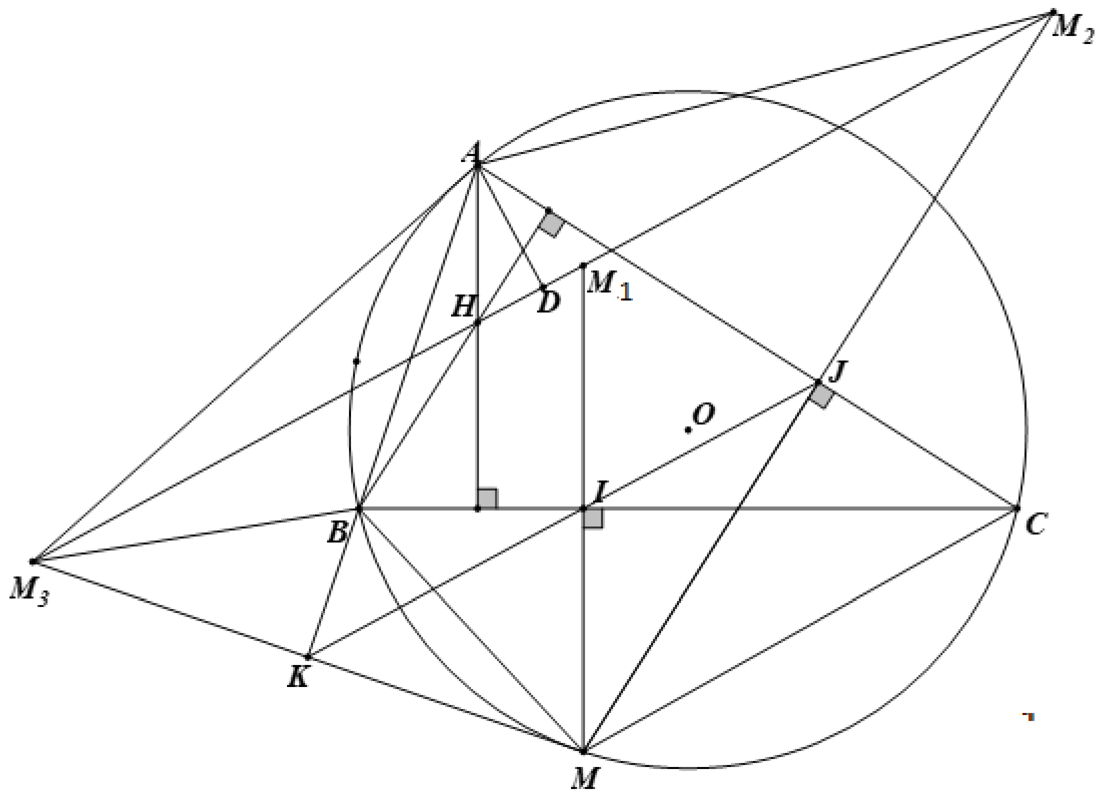
Câu 4. (2.5 điểm)

Nội dung	Điểm
Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC, M là điểm bất kì trên cung nhỏ BC. Gọi I, J lần lượt là hình chiếu của M lên các đường thẳng BC, CA. Đường thẳng IJ cắt đường thẳng AB tại K. a) Chứng minh bốn điểm B, K, M, I cùng thuộc một đường tròn. Từ đó suy ra $MK \perp AB$. b) Gọi M_1, M_2, M_3 lần lượt là các điểm đối xứng của M qua các đường thẳng	

BC, CA, AB. Chứng minh bốn điểm M_1, M_2, M_3 và H cùng thuộc một đường thẳng.

Chứng minh khi điểm M di động trên cung nhỏ BC ta luôn có $M_2M_3 \le 4R.\sin\widehat{BAC}$. Xác định vị trí của điểm M khi dấu bằng xảy ra.

a)



a) Ta có: $\widehat{MIC} = \widehat{MJC} = 90^0\left(gt\right)$ nên tứ giác $IJCM$ nội tiếp Do đó: $\widehat{KIM} = \widehat{JCM}$ (trong bằng ngoài đỉnh đối)	0.125 0.125
Tứ giác $ABMC$ nội tiếp nên $\widehat{KBM} = \widehat{ACM} = \widehat{JCM}$	0.25
Từ đó suy ra $\widehat{KIM} = \widehat{KBM} \Rightarrow BIMK$ nội tiếp. Vậy bốn điểm B, K, M, I cùng thuộc một đường tròn.	0.25
Do $\widehat{BIM} = 90^0 \Rightarrow \widehat{BKM} = 90^0 \Rightarrow MK \perp AB$ (đpcm)	0.25
Lưu ý: *khi học sinh vẽ điểm M sao cho J nằm ngoài AC, K nằm trong AB vẫn đạt điểm tối đa.*	

b)

Ta có $IJ // M_1M_2, JK // M_2M_3$. và theo giả thiết có I, J, K thẳng hàng nên ta có các điểm M_1, M_2, M_3 thẳng hàng.	0.125 0.125

ta có $\widehat{AM_3B}+\widehat{AHB}=\widehat{AMB}+\left(180^0-\widehat{ACB}\right)$ mà ta có: $\widehat{AMB}=\widehat{ACB}$, nên $\widehat{AM_3B}+\widehat{AHB}=180^0$ nên nên tứ giác $AHBM_3$ nội tiếp	0.25
từ đó ta có $\widehat{AHM_3}=\widehat{ABM_3}=\widehat{ABM}$	0.125
hoàn toàn tương tự ta có: $AHCM_2$ nội tiếp từ đó ta có $\widehat{AHM_2}=\widehat{ACM_2}=\widehat{ACM}$	0.125
Mà ta có: $\widehat{ACM}+\widehat{ABM}=180^0$, vì $ABMC$ nội tiếp	0.125
$\widehat{AHM_3}+\widehat{AHM_2}=180^0$ Từ đó suy ra M_3,H,M_2 thẳng hàng	0.125
C)	
Vì M_2,M_3 lần lượt là các điểm đối xứng của M qua AC,AB nên ta có $AM=AM_2=AM_3$ hay tam giác AM_2M_3 cân tại A. Kẻ đường cao AD của tam giác AM_2M_3 suy ra AD cũng là phân giác của $\widehat{M_2AM_3}$	0.125
Mặt khác ta có $\widehat{M_2AM_3}=\widehat{M_3AM}+\widehat{MAM_2}=2\widehat{MAB}+2\widehat{MAC}=2\widehat{BAC}$ suy ra $\widehat{M_3AD}=\widehat{BAC}$	0.125
Trong tam giác vuông M_3AD có $M_3D=AM_3\sin\widehat{M_3AD}=AM.\sin\widehat{BAC}$. Mà $M_2M_3=2M_3D\Rightarrow M_2M_3=2AM.\sin\widehat{BAC}$	0.125
Vậy $M_2M_3\le 4R.\sin\widehat{BAC}$ Vì $\sin\widehat{BAC}$ cố định nên M_2M_3 lớn nhất khi AM lớn nhất tức là AM là đường kính.	0.125

Câu 5. (1 điểm)

Nội dung	Điểm
a) Giải phương nghiệm nguyên $x^2-6y^2+xy+2y-x-7=0.$	
Phương trình đã cho $\Leftrightarrow(x-2y)(x+3y)+2y-x-7=0$ $\Leftrightarrow(x-2y)(x+3y-1)=7$	0.125 0.125
Từ đó suy ra $x-2y$ là ước của 7, tập các giá trị ước của 7 là $\{-7;-1;\,1;\,7\}$.Ta có các trường hợp sau. $*\begin{cases}x-2y=-7\\x+3y-1=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2y=-7\\5y=7\end{cases}(vn)$	

* $\begin{cases} x-2y=-1 \\ x+3y-1=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=-1 \\ 5y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases}$ (nhận) * $\begin{cases} x-2y=1 \\ x+3y-1=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=1 \\ 5y=7 \end{cases} (vn)$ * $\begin{cases} x-2y=7 \\ x+3y-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=7 \\ 5y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=-1 \end{cases}$. Vậy các cặp nguyên (x,y) thỏa mãn phương trình là $(-3;-1),(5;-1)$.	0.125 0.125
b) Cho x,y nguyên và thỏa mãn $x^2-2021y^2+2022$ chia hết cho xy. Chứng minh rằng x,y là hai số lẻ và nguyên tố cùng nhau.	
*Nếu x,y là hai số chẵn thì $x^2-2021y^2+2022$ không chia hết cho 4 và xy chia hết cho 4 (vô lý).	0.125
Nếu x,y có một số chẵn, một số lẻ thì $x^2-2021y^2+2022$ là số lẻ và xy là số chẵn (vô lý). Vậy x,y là các số lẻ.	0.125
*Giả sử $(x,y)=d$ suy ra $x^2-2021y^2$ và xy chia hết cho d^2.	0.125
Từ giả thiết suy ra 2022 chia hết cho d^2. Lại do $2022=2.3.337$ nên $d\in\{1,2,3,337\}$. Nếu $d>1$ thì 2022 chia hết cho hoặc $4,9,337^2$ (vô lý).	0.125

Câu 6. (1 điểm)

Nội dung	Điểm
a) Cho các số thực dương a,b thỏa mãn $a+b=2$. Chứng minh rằng: $\dfrac{a^2}{b+1}+\dfrac{b^2}{a+1}\ge 1$.	
* Xét BĐT $\dfrac{a^2}{x}+\dfrac{b^2}{y}\ge\dfrac{(a+b)^2}{x+y}$ với $x,y>0$. Biến đổi tương đương $a^2y^2+b^2x^2\ge 2abxy \Leftrightarrow (ay-bx)^2\ge 0$ (đúng)	0.25
*Khi đó $\dfrac{a^2}{b+1}+\dfrac{b^2}{a+1}\ge\dfrac{(a+b)^2}{a+b+2}=1$ (điều phải chứng minh).	0.25
a) Cho a,b,c là các số thực dương thỏa mãn $\sqrt{ab+a+b+1}+c=6$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{2a+1}{a+1}+\dfrac{2b+1}{b+1}+\dfrac{2c+2}{c+2}$.	
Ta có $P=6-\dfrac{1}{a+1}-\dfrac{1}{b+1}-\dfrac{2}{c+2}$.	0.125

Theo BĐT Cauchy ta có $\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}\ge\frac{2}{\sqrt{(a+1)(b+1)}}=\frac{2}{6-c}$ Khi đó $P\le 6-\frac{2}{6-c}-\frac{2}{c+2}$. Ta có $\frac{1}{6-c}+\frac{1}{c+2}\ge\frac{4}{6-c+c+2}=\frac{1}{2}$ (do $0<c<6$). Suy ra $P\le 5$. Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases}a+1=b+1\\6-c=c+2\\\sqrt{(a+1)(b+1)}+c=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=b=3\\c=2\end{cases}$. Vậy giá trị lớn nhất của P bằng 5 đạt được khi $a=b=3,c=2$.	0.125 0.125 0.125

Chú ý: Mọi lời giải đúng đều được điểm tối đa của câu hỏi đó.