

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH NINH BÌNH

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm có 01 trang)

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020 - 2021

Bài thi môn chuyên: TOÁN

Ngày thi: 18/07/2020

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1.

1. Cho $P = \sqrt{a^2 + a^2(a+1)^2 + (a+1)^2}$ với $a \in \mathbb{Z}$. Chứng minh P là một số tự nhiên.

2. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-x} : \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right)$ với $x = 4 + 2\sqrt{3}$.

Bài 2.

1. Cho phương trình $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) thỏa mãn $4x_1 = x_2^2$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - 2y^2 + xy + x - y = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$.

Bài 3.

1. Tìm tất cả các số nguyên n sao cho $n^2 + 2022$ là số chính phương.

2. Giải bất phương trình $\sqrt{x+1} - \sqrt{4-x} < 1$.

Bài 4. Cho đường tròn (T) tâm O và dây cung AB cố định ($O \notin AB$). P là điểm di động trên đoạn thẳng AB ($P \neq A, B$ và P khác trung điểm của đoạn thẳng AB). Đường tròn (T_1) tâm C đi qua điểm P tiếp xúc với đường tròn (T) tại A . Đường tròn (T_2) tâm D đi qua P tiếp xúc với đường tròn (T) tại B . Hai đường tròn (T_1) và (T_2) cắt nhau tại N ($N \neq P$). Gọi (d_1) là tiếp tuyến chung của (T) với (T_1) tại A , (d_2) là tiếp tuyến của (T) với (T_2) tại B , (d_1) cắt (d_2) tại điểm Q .

1. Chứng minh tứ giác $AOBQ$ nội tiếp đường tròn.

2. Chứng minh $\widehat{ANP} = \widehat{BNP}$ và bốn điểm O, D, C, N cùng nằm trên một đường tròn.

3. Chứng minh rằng đường trung trực của đoạn ON luôn đi qua một cố định khi P di động trên đoạn thẳng AB ($P \neq A, B$ và P khác trung điểm của đoạn thẳng AB).

Bài 5.

1. Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn

$$\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{b^2 + c^2} + \sqrt{c^2 + a^2} = \sqrt{2021}.$$

Chứng minh rằng: $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \geq \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2021}{2}}$.

2. Với số thực a , ta định nghĩa phần nguyên của số a là số nguyên lớn nhất không vượt quá a và kí hiệu là $[a]$. Dãy các số $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ được xác định bởi công thức $x_n = \left[\frac{n+1}{\sqrt{2}} \right] - \left[\frac{n}{\sqrt{2}} \right]$. Hỏi trong 200 số $\{x_0, x_1, x_2, \dots, x_{199}\}$ có bao nhiêu số khác 0? (Biết $1,41 < \sqrt{2} < 1,42$)

—HẾT—