

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LANG SƠN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm có 01 trang)

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn thi: TOÁN (dành cho lớp chuyên)
Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1.

1. Giải phương trình $\sqrt{x-3} + \sqrt[3]{x+4} = 3$.

2. Cho các số thực x, y, z thỏa mãn

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})^3 + (\sqrt{y} - \sqrt{z})^3 + (\sqrt{z} - \sqrt{x})^3 = 0.$$

Tính tổng

$$S = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^{2021} + (\sqrt{y} - \sqrt{z})^{2021} + (\sqrt{z} - \sqrt{x})^{2021}.$$

Bài 2.

1. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x + y + z = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{36x} + \frac{1}{9y} + \frac{1}{z}$.

2. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^3}{(a+1)(b+1)} + \frac{b^3}{(b+1)(c+1)} + \frac{c^3}{(c+1)(a+1)} \geq \frac{3}{4}.$$

Bài 3.

1. Cho a, b là các số nguyên dương thỏa mãn $a - 1$ và $b + 2021$ đều chia hết cho 6. Chứng minh $4^a + a + b$ chia hết cho 6.

2. Tìm tất cả các số nguyên tố p sao cho p là ước của $5^p - 2^p$. Tìm tất cả các số nguyên tố p và q sao cho $\frac{(5^p - 2^p)(5^q - 2^q)}{pq}$ là một số nguyên.

Bài 4. Cho tam giác ABC không có góc tù, $AB < AC$, nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Trong đó B, C cố định trên đường tròn (O) , A di động trên cung lớn BC . Các tiếp tuyến với (O) tại B và C cắt nhau tại M . Từ M kẻ đường thẳng song song với AB , đường thẳng này cắt (O) tại D và E (D thuộc cung nhỏ BC), cắt BC tại F , cắt AC tại I .

- Chứng minh rằng $MBIC$ là tứ giác nội tiếp trong một đường tròn $FI \cdot FM = FD \cdot FE$.
- Chứng minh $\widehat{MIO} = 90^\circ$. Tìm vị trí điểm A trên cung lớn BC sao cho tam giác IBC có diện tích lớn nhất.
- Đường thẳng OI cắt (O) tại P và Q (P thuộc cung nhỏ AB). Đường thẳng QF cắt (O) tại T (T khác Q). Chứng minh ba điểm P, T, M thẳng hàng.

Bài 5. Bên trong hình chữ nhật có chiều dài 101 cm và chiều rộng 20 cm cho 10101 điểm. Vẽ 10101 hình tròn có tâm lần lượt là 10101 điểm đã cho và bán kính đều bằng $\sqrt{2}$ cm. Hỏi có hay không 6 điểm thuộc vào phần chung của 6 hình tròn nhận chính 6 điểm ấy làm tâm? Tại sao?

—HẾT—