

Thí sinh làm các câu sau:

Câu 1 (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{3\sqrt{x}+2}{x-4} - \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x \geq 0; x \neq 4$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

b) Chứng minh biểu thức $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$.

c) Tìm số nguyên dương x lớn nhất thỏa mãn $A - B < \frac{6}{5}$.

Câu 2 (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $x^2 - (x+8)\sqrt{x} + 8 = 0$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} y + \frac{x}{x-2y} = 4 \\ 3x + \frac{2y}{x-2y} = 11 \end{cases}$$

Câu 3 (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 2m - 3 = 0$ (x là biến, m là tham số).

a) Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của tham số m .

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $(x_1 - 2)(2x_1 + 3x_2 - 3x_1x_2 + 2m) = 0$.

Câu 4 (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn (với $AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Các đường cao BD và CE cắt nhau tại H . Các đường thẳng DE và CB cắt nhau tại M , AM cắt (O) tại N (N khác A). Chứng minh:

a) Tứ giác $BCDE$ nội tiếp và $MB \cdot MC = MD \cdot ME$;

b) $\widehat{MDN} = \widehat{MAE}$;

c) $HN \perp AM$.

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho các số thực a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 4$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 4 + 4ab - a^4 - b^4$.

--- HẾT ---