SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **LÀO CAI**	**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN** **NĂM HỌC 2023 – 2024** **MÔN CHUYÊN: TOÁN**
ĐỀ CHÍNH THỨC	Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề *(Đề thi gồm 01 trang, 07 câu)* **Ngày thi: 04/06/2023**

Câu 1 (2,0 điểm):

a) Cho biểu thức $P=\left(\frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}+\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}-\frac{9-x}{x+\sqrt{x}-6}\right):\left(\frac{x-3\sqrt{x}}{x-9}+\frac{\sqrt{x}+1}{x+4\sqrt{x}+3}\right)$, với $x\geq 0, x\neq 4, x\neq 9$.

Tìm các giá trị của x để P nhận giá trị nguyên.

b) Cho a,b,c là các số thực thỏa mãn điều kiện $abc\neq 0$ và $a+b+c\neq 0$. Chứng minh rằng nếu $\frac{a+b}{c}+\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}=-2$ thì $\frac{1}{a^{2023}}+\frac{1}{b^{2023}}+\frac{1}{c^{2023}}=\frac{1}{a^{2023}+b^{2023}+c^{2023}}$.

Câu 2 (0,5 điểm): Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Tính xác suất sao cho tổng số chấm trên mặt xuất hiện của con súc sắc trong hai lần gieo không lớn hơn 6.

Câu 3 (1,0 điểm): Lúc 7 giờ 30 phút hai xe ô tô cùng xuất phát từ A đến B với vận tốc của mỗi xe không thay đổi trên cả quãng đường. Xe thứ hai đến B sớm hơn xe thứ nhất đúng 1 giờ. Lúc quay trở về, xe thứ nhất tăng vận tốc thêm $5\,km/h$, xe thứ hai vẫn giữ nguyên vận tốc như lúc đi nhưng dừng ở trạm nghỉ 36 phút, do đó xe thứ hai về đến A cùng lúc với xe thứ nhất. Biết rằng quãng đường từ A đến B là $180\,km$. Hỏi lúc đi, xe thứ nhất đến B lúc mấy giờ?

Câu 4 (1,0 điểm):

a) Cho $a\geq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q=a^2+\frac{2}{3a}$.

b) Cho ba số thực dương a,b,c thỏa mãn $a+b+c\leq 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a(3bc+1)^2}{c^2(3ac+1)}+\frac{b(3ca+1)^2}{a^2(3ab+1)}+\frac{c(3ab+1)^2}{b^2(3bc+1)}\geq 12.$$

Câu 5 (1,0 điểm):

a) Số nguyên dương m được gọi là số *tốt* nếu tổng các bình phương của tất cả các ước dương của nó (không tính 1 và m) bằng $6m+8$. Chứng minh rằng nếu có hai số nguyên tố p,q phân biệt và thỏa mãn pq là số *tốt* thì $pq+2$ là số chính phương.

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $x^{2025}-y^{2025}+y^{1350}+y^{675}=2$.

Câu 6 (1,0 điểm): Cho phương trình $x^2-(m-4)x-m-2=0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn điều kiện:

$$\sqrt{x_1^2+2023}+x_1(m-8-x_1)=\sqrt{x_2^2+2023}+x_2(m-x_2).$$

Câu 7 (3,5 điểm): Cho tam giác nhọn ABC $(AB<AC)$ nội tiếp đường tròn (O). Đường tròn nội tiếp tam giác ABC có tâm I và tiếp xúc với BC,CA,AB lần lượt tại D,E,F. Đường thẳng AI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là điểm M.

a) Chứng minh rằng $MB=MC=MI$.

b) Đường thẳng DM cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là K. Chứng minh rằng tứ giác $AKFE$ nội tiếp.

c) Đường thẳng đi qua A và song song với BC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF tại điểm thứ hai là P. Chứng minh rằng KP vuông góc với KD.

--------------- **HẾT** ---------------