

Câu 1 (2,5 điểm) Cho biểu thức: $A = \frac{2x + \sqrt{16x+6}}{x+2\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+3} - 2$.

- Rút gọn biểu thức A .
- Tìm tất cả các giá trị x nguyên để A là số nguyên.

Câu 2 (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 + 2mx - 1 - 2m = 0$ (m là tham số).

- Chứng minh rằng phương trình luôn có 2 nghiệm x_1, x_2 với mọi giá trị của m .
- Tìm m để biểu thức $P = \frac{2023(2x_1x_2 + 1)}{x_1^2 - 2mx_2 - 1 - 2m}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 3 (2,0 điểm)

- Giải phương trình: $4x^2 + 5 + \sqrt{3x+1} = 13x$ với $x \in \mathbb{R}$.
- Cho phương trình $(ax^2 + bx + c)(bx^2 + cx + a)(cx^2 + ax + b) = 0$, x là ẩn số, a, b, c là các số thực khác 0 và thỏa mãn $ac + bc + 3ab \leq 0$. Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có nghiệm.

Câu 4 (3,5 điểm) Cho tam giác nhọn ABC ($AB > AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Gọi D, E lần lượt là chân các đường cao hạ từ đỉnh A, B . Gọi F là hình chiếu vuông góc của B lên đường thẳng AO .

- Chứng minh rằng 4 điểm B, E, D, F là 4 đỉnh của một hình thang cân.
- Chứng minh rằng EF đi qua trung điểm của BC .
- Gọi P là giao điểm thứ hai của đường thẳng AO với đường tròn (O) , M, N lần lượt là trung điểm của EF và CP . Tính số đo góc $\widehat{BMN}$.

-----HẾT-----