

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

ĐỀ BÀI

Đề thi gồm có 01 trang

Bài 1 (2,0 điểm): Cho biểu thức $A = \frac{2}{\sqrt{x}+4} + \frac{2}{\sqrt{x}-4} - \frac{x}{x-16}$. Tìm điều kiện của x để biểu thức A có nghĩa và rút gọn A.

Bài 2 (2,0 điểm): Trên một khúc sông xuôi dòng từ bến A đến bến B dài 80 km, một chiếc thuyền đi xuôi dòng từ bến A đến bến B rồi sau đó đi ngược dòng đến bến A mất tất cả 9 giờ. Biết rằng, thời gian chiếc thuyền ngược dòng trên khúc sông này nhiều hơn xuôi dòng 1 giờ. Tính vận tốc của dòng nước.

Bài 3 (2,0 điểm): Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác nhọn ABC. Gọi H là chân đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC. Chứng minh $\widehat{BAH} = \widehat{OAC}$.

Bài 4 (2,0 điểm): Tìm tất cả các số nguyên x, y thỏa mãn $y^2 + 3y = x^4 + x^2 + 18$.

Bài 5 (1,0 điểm): Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $xyz = \frac{1}{8}$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{xy + yz + zx} - \frac{1}{x + y + z} \leq \frac{2}{3}.$$

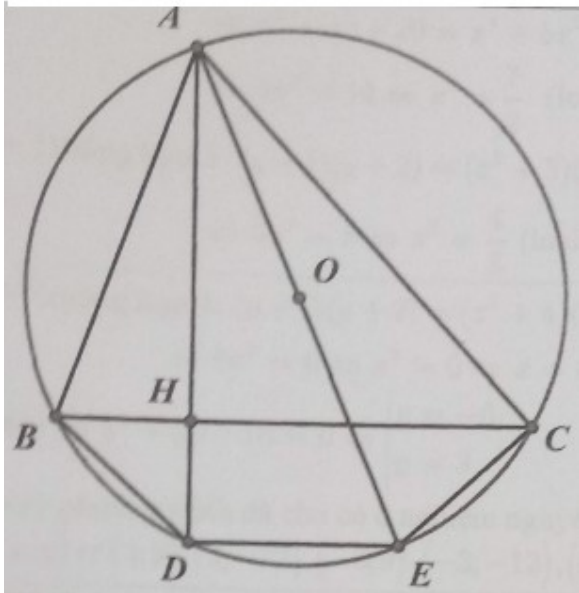
Bài 6 (1,0 điểm): Cho tam giác nhọn ABC có trực tâm H và các đường cao AD, BE, CF. Gọi I và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên EF và ED. Hai đường thẳng IK và AD cắt nhau tại M. Hai đường thẳng FM và DE cắt nhau tại N. Gọi S là điểm đối xứng của B qua D. Chứng minh ba điểm A, N, S thẳng hàng.

HẾT

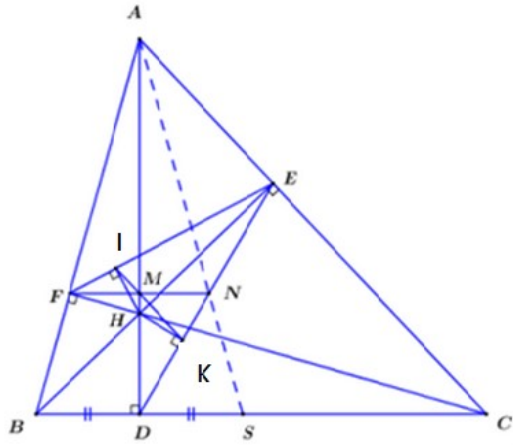
ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

(Đáp án này gồm 05 trang)

BÀI	LỜI GIẢI TÓM TẮT	BIỂU ĐIỂM
Bài 1	Bài 1: Cho biểu thức $A = \frac{2}{\sqrt{x+4}} + \frac{2}{\sqrt{x-4}} - \frac{x}{x-16}$. Tìm điều kiện của x để biểu thức A có nghĩa và rút gọn A	<u>2,0 điểm</u>
	Biểu thức A có nghĩa khi $x \geq 0, x \neq 16$	0,5
	$A = \frac{2}{\sqrt{x+4}} + \frac{2}{\sqrt{x-4}} - \frac{x}{x-16}$ $= \frac{2(\sqrt{x-4}) + 2(\sqrt{x+4}) - x}{(\sqrt{x+4})(\sqrt{x-4})}$ $= \frac{2\sqrt{x-4} + 2\sqrt{x+4} - x}{(\sqrt{x+4})(\sqrt{x-4})}$ $= \frac{4\sqrt{x} - x}{(\sqrt{x+4})(\sqrt{x-4})}$ $= \frac{\sqrt{x}(4 - \sqrt{x})}{(\sqrt{x+4})(\sqrt{x-4})} = \frac{-\sqrt{x}}{\sqrt{x+4}}$	0,5
		0,5
Bài 2	Bài 2 Trên một khúc sông xuôi dòng từ bến A đến bến B dài 80 km, một chiếc thuyền đi xuôi dòng từ bến A đến bến B rồi sau đó đi ngược dòng đến bến A mất tất cả 9 giờ. Biết rằng, thời gian chiếc thuyền ngược dòng trên khúc sông này nhiều hơn xuôi dòng 1 giờ. Tính vận tốc của dòng nước.	<u>2,0 điểm</u>
	Gọi vận tốc của thuyền khi nước yên lặng là x (km/h) Gọi vận tốc của dòng nước là y (km/h) ($x, y > 0$)	0,5
	Thời gian xuôi dòng là $\frac{80}{x+y}(h)$ Thời gian ngược dòng là $\frac{80}{x-y}(h)$ Chiếc thuyền xuôi dòng và ngược dòng trên khúc sông dài 80 km hết 9h nên ta có pt: $\frac{80}{x+y} + \frac{80}{x-y} = 9$ Thời gian chiếc thuyền ngược dòng trên khúc sông này nhiều hơn xuôi dòng 1 giờ nên ta có pt: $\frac{80}{x-y} = \frac{80}{x+y} + 1$ Từ đó ta có hpt: $\begin{cases} \frac{80}{x-y} = \frac{80}{x+y} + 1 \\ \frac{80}{x+y} + \frac{80}{x-y} = 9 \end{cases}$	0,5

	$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+y} = \frac{1}{20} \\ \frac{1}{x-y} = \frac{1}{16} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=20 \\ x-y=16 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=18 \\ y=2 \end{cases}$ Vận tốc của dòng nước là 2 km/h	0.5 0.5
Bài 3	Bài 3 Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác nhọn ABC. Gọi H là chân đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC. Chứng minh $\widehat{BAH} = \widehat{OAC}$	<u>2,0 điểm</u>
		0,5
	Kẻ đường kính AE của đường tròn (O). Ta thấy $\widehat{ACE} = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) Từ đó $\widehat{OAC} + \widehat{AEC} = 90^\circ$ (1) Theo gt $\widehat{BAH} + \widehat{ABC} = 90^\circ$ (2) Hơn nữa $\widehat{AEC} = \widehat{ABC}$ (Cùng chắn cung AC) (3) Từ (1), (2) và (3) suy ra $\widehat{BAH} = \widehat{OAC}$	0,5 0,5 0,5
Bài 4	Bài 4: Tìm tất cả các số nguyên x, y thỏa mãn $y^2 + 3y = x^4 + x^2 + 18$	<u>2,0 điểm</u>
	Biến đổi pt ở đầu bài ta được $(y+1)(y+2) = x^4 + x^2 + 20$ Ta thấy $x^4 + x^2 < x^4 + x^2 + 20 \leq x^4 + x^2 + 20 + 8x^2$ $\Leftrightarrow x^2(x^2 + 1) < (y+1)(y+2) \leq (x^2 + 4)(x^2 + 5)$ Vì x, y là các số nguyên nên ta xét các TH sau: TH1: $(y+1)(y+2) = (x^2 + 1)(x^2 + 2)$ $\Leftrightarrow x^4 + x^2 + 20 = x^4 + 3x^2 + 2$ $\Leftrightarrow 2x^2 = 18 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$	0,5 0,5

	Thế vào pt đã cho ta có $y^2 + 3y - 108 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 9 \\ y = -12 \end{cases} (t/m)$ TH2: $(y+1)(y+2) = (x^2+2)(x^2+3)$ $\Leftrightarrow x^4 + x^2 + 20 = x^4 + 5x^2 + 6$ $\Leftrightarrow 4x^2 = 14 \Leftrightarrow x^2 = \frac{7}{2} (loại)$ TH3: $(y+1)(y+2) = (x^2+3)(x^2+4)$ $\Leftrightarrow x^4 + x^2 + 20 = x^4 + 7x^2 + 12$ $\Leftrightarrow 6x^2 = 8 \Leftrightarrow x^2 = \frac{4}{3} (loại)$ TH4: $(y+1)(y+2) = (x^2+4)(x^2+5)$ $\Leftrightarrow x^4 + x^2 + 20 = x^4 + 9x^2 + 20$ $\Leftrightarrow 8x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 (t/m)$ Khi đó $y^2 + 3y - 18 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -6 \\ y = 3 \end{cases} (t/m)$ Vậy pt đã cho có 6 nghiệm nguyên $(x;y) = (3;9), (3, -12), (-3, 9), (-3;-12); (0, -6), (0;3)$	0,5 0,5
Bài 5	Bài 5: Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $xyz = \frac{1}{8}$. Chứng minh rằng $\frac{1}{xy + yz + zx} - \frac{1}{x + y + z} \leq \frac{2}{3}$	<u>1,0 điểm</u>
	Đặt $p = x+y+z; q = xy + yz + zx$ Điều cần cm trở thành $\frac{1}{q} - \frac{1}{p} \leq \frac{2}{3} \Leftrightarrow q \geq \frac{3p}{2p+3}$ Mà $(xy + yz + zx)^2 \geq 3xyz(x + y + z) = \frac{3}{8}(x + y + z) \Leftrightarrow q^2 \geq \frac{3}{8}p$ Nên ta chỉ cần cm $\frac{3}{8}p \geq \left(\frac{3p}{2p+3}\right)^2$ Thật vậy $\frac{3}{8}p \geq \left(\frac{3p}{2p+3}\right)^2 \Leftrightarrow 4p^2 - 12p + 9 \geq 0$ $\Leftrightarrow (2p-3)^2 \geq 0$ (Luôn đúng). Suy ra đpcm	0,25 0,25 0,25 0,25
Bài 6	Bài 6: Cho tam giác nhọn ABC có trực tâm H và các đường cao AD, BE, CF. Gọi I và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên EF và ED. Hai đường thẳng IK và AD cắt nhau tại M. Hai đường thẳng FM và DE cắt nhau tại N. Gọi S là điểm đối xứng của B qua D. Chứng minh ba điểm A, N, S thẳng hàng	<u>1,0 điểm</u>

		0,25
	Do BE là phân giác trong góc FED nên $HK = HI$ $\Rightarrow \widehat{HKM} = \widehat{HIM}$ (1) Ta có $\widehat{MHF} = 90^\circ - \widehat{FAH} = 90^\circ - \widehat{FEH} = 90^\circ - \widehat{IEH}$ Và $\widehat{KIE} = 90^\circ - \widehat{IEH} \Rightarrow \widehat{MHF} = \widehat{KIE}$ Do đó tứ giác FIMH nội tiếp $\Rightarrow \widehat{HIM} = \widehat{HFM}$ (2)	0,25
	Do tứ giác FIMH nội tiếp $\Rightarrow \widehat{FMH} = \widehat{HIF} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{HMN} = 90^\circ$ và $\widehat{HKN} = 90^\circ$ nên tứ giác HMNK nội tiếp $\Rightarrow \widehat{HNM} = \widehat{HKM}$ (3)	0,25
	Từ (1), (2) và (3) suy ra $\widehat{HNM} = \widehat{HFM}$ nên $\triangle FHN$ cân tại H có đường cao MH $\Rightarrow MF = MN \Rightarrow \triangle FAN$ cân tại A Từ đó ta chứng minh được A, N, S thẳng hàng	0,25