

**Câu 1 (2,0 điểm)**

a) Rút gọn biểu thức:  $P = \frac{\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}}{\sqrt{x+\sqrt{2x-1}} - \sqrt{x-\sqrt{2x-1}}}$  với  $x \geq 2$

b) Cho  $x$  là số thực dương thỏa mãn điều kiện  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ . Tính giá trị của biểu thức

$$A = x^7 + \frac{1}{x^7}.$$

**Câu 2 (2,0 điểm)**

a) Với  $a, b, c$  là độ dài ba cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng phương trình sau vô nghiệm:  $x(c^2(x-1) + a^2 - b^2) + b^2 = 0$  với  $x \in \mathbb{R}$ .

b) Giải phương trình  $(x^2 - 6x + 11)\sqrt{x^2 - x + 1} = 2(x^2 - 4x + 7)\sqrt{x - 2}$  với  $x \in \mathbb{R}$ .

**Câu 3 (3,0 điểm)**

a) Cho ba số nguyên  $a, b, c$  thỏa mãn  $a = b - c = \frac{b}{c}$ . Chứng minh rằng:  $a + b + c$  có giá trị là lập phương của một số nguyên.

b) Cho  $x, y, z > 0$  thỏa mãn  $xy + yz + xz = 1$ .

Chứng minh rằng:  $10x^2 + 10y^2 + z^2 \geq 4$ . Dấu "=" xảy ra khi nào?

**Câu 4 (3,0 điểm)** Cho hình thoi  $ABCD$  ( $AC > BD$ ),  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Đường tròn  $(O)$  nội tiếp hình thoi  $ABCD$ , tiếp xúc các cạnh  $AB, BC, CD, DA$  lần lượt tại các điểm  $E, F, G, H$ . Lấy điểm  $K$  trên đoạn  $HA$  và điểm  $L$  trên đoạn  $AE$  sao cho  $KL$  tiếp xúc với đường tròn  $(O)$ .

a) Chứng minh rằng:  $\widehat{LOK} = \widehat{LBO}$  và  $BL \cdot DK = OB^2$ .

b) Đường tròn ngoại tiếp tam giác  $CFL$  cắt cạnh  $AB$  tại  $M$  (khác  $L$ ) và đường tròn ngoại tiếp tam giác  $CKG$  cắt cạnh  $AD$  tại điểm  $N$  (khác  $K$ ). Chứng minh rằng 4 điểm  $K, L, M, N$  cùng nằm trên một đường tròn.

c) Lấy các điểm  $P, Q$  tương ứng trên các đoạn  $FC, CG$  sao cho  $LP$  song song với  $KQ$ . Chứng minh rằng  $PQ$  tiếp xúc với đường tròn  $(O)$ .

-----HẾT-----

**Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm**