

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ TĨNH**

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN HÀ TĨNH

NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn thi: TOÁN (chuyên)

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1. Giả sử a, b, c là các số thực khác 0 sao cho hệ phương trình
$$\begin{cases} ax + by = c \\ bx + cy = a \\ cx + ay = b \end{cases}$$
 có nghiệm (x, y) .

Chứng minh rằng $\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab} = 3$.

Bài 2.

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^4 - 2x^2y = 1 \\ 2x^2 + y^2 - 2y = 2 \end{cases}$$
.

2. Giải phương trình $2(x-2)\sqrt{x+2} = -x^2 + 3x + 3$.

Bài 3.

1. Tồn tại hay không số nguyên dương n sao cho $2n + 2021$ và $3n + 2020$ đều là các số chính phương.

2. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương (x, y) sao cho $\frac{x^2 - 2}{xy + 2}$ có giá trị là số nguyên.

Bài 4. Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B sao cho hai tâm O và O' nằm khác phía đối với đường thẳng AB . Đường thẳng d thay đổi đi qua B cắt các đường tròn (O) và (O') lần lượt tại C và D (d không trùng với đường thẳng AB).

1. Xác định vị trí của đường thẳng d sao cho đoạn thẳng CD có độ dài lớn nhất.

2. Gọi M là điểm di chuyển từ điểm A , ngược chiều kim đồng hồ trên đường tròn (O) ; N là điểm di chuyển từ điểm A , cùng chiều kim đồng hồ trên (O') sao cho góc $\angle AOM$ luôn bằng góc $\angle AO'N$. Chứng minh đường trung trực của MN luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 5. Cho x, y, z là các số thực không âm thỏa mãn $x^2z^2 + y^2z^2 + 1 \leq 3z$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{8}{(y+3)^2} + \frac{4z^2}{(1+2z)^2}.$$

—HẾT—