

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NAM**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm có 01 trang)

**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2020 - 2021**

Môn thi: TOÁN (đề chuyên)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1. Cho biểu thức

$$P = \left(\frac{x + 3\sqrt{x} + 2}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{x + \sqrt{x}}{x - 1} \right) : \left(\frac{1}{\sqrt{x} + 1} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right)$$

với $x > 0, x \neq 1$.

1. Rút gọn biểu thức P .

2. Tìm x để $\frac{1}{P} - \frac{\sqrt{x} + 1}{8} \geq 1$.

Bài 2.

1. Cho phương trình $x^4 - 2mx^2 + 2m + 6 = 0$. Tìm giá trị của m để phương trình có bốn nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 sao cho $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ và $x_4 - 2x_3 + 2x_2 - x_1 = 0$.

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} xy^2 + 4y^2 + 8 = x(x + 2) \\ x + y + 3 = 3\sqrt{2y - 1} \end{cases}.$$

Bài 3. Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) , có đường cao AH . Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Đường thẳng AI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai M . Gọi A' là điểm đối xứng với A qua O . Đường thẳng MA' cắt các đường thẳng AH, BC theo thứ tự tại N và K . Gọi L là giao điểm của MA và BC . Đường thẳng $A'I$ cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai D . Hai đường thẳng AD và BC cắt nhau tại điểm S .

1. Chứng minh tam giác ANA' là tam giác cân và $MA' \cdot MK = ML \cdot MA$.

2. Chứng minh $MI^2 = ML \cdot MA$ và tứ giác $NHIK$ là tứ giác nội tiếp.

3. Gọi T là trung điểm của cạnh SA , chứng minh ba điểm T, I, K thẳng hàng.

4. Chứng minh nếu $AB + AC = 2BC$ thì I trọng tâm của tam giác AKS .

Bài 4. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương thỏa mãn $2^x - y^2 + 4y + 61 = 0$

Bài 5. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $abc = 8$. Chứng minh

$$\frac{a}{ca + 4} + \frac{b}{ab + 4} + \frac{c}{bc + 4} \leq \frac{1}{16} (a^2 + b^2 + c^2).$$

—HẾT—