

Câu 1 (2,0 điểm).

1) Cho hai biểu thức $A = \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} + \frac{2(x+1)}{\sqrt{x}}$ và $B = \sqrt{x}+1 + \frac{x}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0; x \neq 1$

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm x để $A = B$.

2) Cho a, b là hai số thực thỏa mãn $0 < a < 1, 0 < b < 1, a \neq b$ và $a - b = \sqrt{1-b^2} - \sqrt{1-a^2}$.

Tính giá trị của biểu thức $Q = \sqrt{a^2 + b^2} + 2019$.

Câu 2 (2,0 điểm).

1) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y = \frac{-1}{2020}x + \frac{3}{2020}$ và parabol (P): $y = 2x^2$. Biết đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm B và C. Tìm tọa độ điểm A trên trục hoành để $|AB - AC|$ lớn nhất.

2) Tìm tất cả các nghiệm nguyên dương của phương trình:

$$xy^2 - (y - 45)^2 + 2xy + x - 220y + 2024 = 0.$$

Câu 3 (2,0 điểm).

1) Giải phương trình $\sqrt{5x+11} - \sqrt{6-x} + 5x^2 - 14x - 60 = 0$.

2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 4x^2y - xy^2 = 5 \\ 64x^3 - y^3 = 61 \end{cases}$$

Câu 4 (3,0 điểm).

Cho hình vuông ABCD tâm O, cạnh a. Lấy M là điểm bất kì trên cạnh AB ($M \neq A, M \neq B$). Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với CM tại H, DH cắt AC tại K.

1) Chứng minh rằng MK song song với BD.

2) Gọi N là trung điểm của BC, trên tia đối của tia NO lấy điểm E sao cho $\frac{ON}{OE} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

DE cắt OC tại F. Tính $\frac{FO}{FC}$.

3) Gọi P là giao điểm của MC và BD, Q là giao điểm của MD và AC. Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tứ giác CPQD khi M thay đổi trên cạnh AB.

Câu 5 (1,0 điểm).

Với x, y là các số thực thỏa mãn $(2+x)(y-1) = \frac{9}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = \sqrt{x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 2} + \sqrt{y^4 - 8y^3 + 24y^2 - 32y + 17}.$$

----- HẾT -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Chữ ký của giám thị:
Số báo danh: Phòng thi số: