

I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm) Chọn phương án trả lời đúng trong các câu sau:

Câu 1. Phương trình $x^2 - 3x - 6 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tổng $x_1 + x_2$ bằng:

- A. 3 B. -3 C. 6 D. -6

Câu 2. Đường thẳng $y = x + m - 2$ đi qua điểm $E(1;0)$ khi:

- A. $m = -1$ B. $m = 3$ C. $m = 0$ D. $m = 1$

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A, $\widehat{ACB} = 30^\circ$, cạnh $AB = 5\text{cm}$. Độ dài cạnh AC là:

- A. 10 cm B. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ cm C. $5\sqrt{3}$ cm D. $\frac{5}{\sqrt{3}}$ cm

Câu 4. Hình vuông cạnh bằng 1, bán kính đường tròn ngoại tiếp hình vuông là:

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 5. Phương trình $x^2 + x + a = 0$ (với x là ẩn, a là tham số) có nghiệm kép khi:

- A. $a = \frac{-1}{4}$ B. $a = \frac{1}{4}$ C. $a = 4$ D. $a = -4$

Câu 6. Cho $a > 0$, rút gọn biểu thức $\frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt{a}}$ ta được kết quả:

- A. a^2 B. a C. $\pm a$ D. $-a$

II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 7. (2,5 điểm) a) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - y = 1 \end{cases}$

b) Tìm tọa độ giao điểm A, B của đồ thị hai hàm số $y = x^2$ và $y = x + 2$. Gọi D, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B lên trục hoành. Tính diện tích tứ giác $ABCD$.

Câu 8. (1,0 điểm) Nhân dịp Tết Thiếu nhi 01/6, một nhóm học sinh cần chia đều một số lượng quyển vở thành các phần quà để tặng cho các em nhỏ tại một mái ấm tình thương. Nếu mỗi phần quà giảm 2 quyển thì các em sẽ có thêm 2 phần quà nữa, còn nếu mỗi phần quà giảm 4 quyển thì các em sẽ có thêm 5 phần quà nữa. Hỏi ban đầu có bao nhiêu phần quà và mỗi phần quà có bao nhiêu quyển vở?

Câu 9. (2,5 điểm) Cho đường tròn đường kính AB, các điểm C, D nằm trên đường tròn đó sao cho C, D nằm khác phía đối với đường thẳng AB, đồng thời $AD > AC$. Gọi điểm chính giữa của các cung nhỏ $\widehat{AC}$, $\widehat{AD}$ lần lượt là M, N; giao điểm của MN với AC, AD lần lượt là H, I; giao điểm của MD và CN là K.

a) Chứng minh $\widehat{ACN} = \widehat{DMN}$. Từ đó suy ra tứ giác MCKH nội tiếp.

b) Chứng minh KH song song với AD.

c) Tìm hệ thức liên hệ giữa số $\widehat{AC}$ và số $\widehat{AD}$ để AK song song với ND.

Câu 10. (1,0 điểm)

a) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 4a^2 + 6b^2 + 3c^2$.

b) Tìm các số nguyên dương a, b biết các phương trình $x^2 - 2ax - 3b = 0$ và $x^2 - 2bx - 3a = 0$ (với x là ẩn) đều có nghiệm nguyên.

-----Hết-----

Đáp án – thang điểm tham khảo

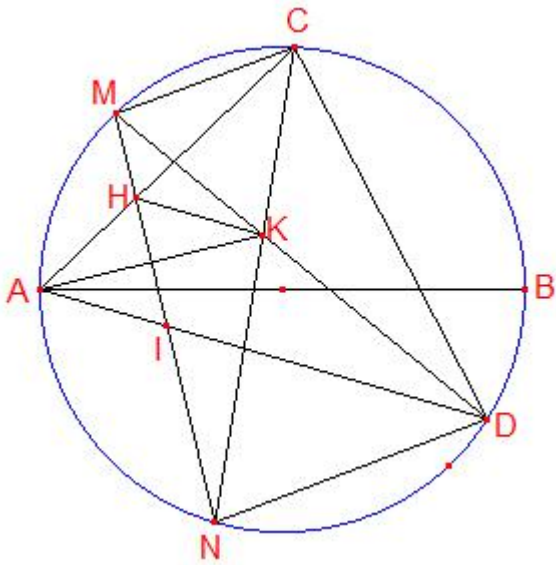
I. Phần trắc nghiệm (3đ)

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	A	D	C	D	B	B

II. Phần tự luận (7đ)

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
Câu 7 (2,5đ)	a)	$\begin{cases} x+2y=5 \\ 3x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=5 \\ 6x-2y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x=7 \\ 3x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$	1.0
	b)	Xét phương trình $x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = 4 \end{cases}$	0.5
		Vậy $A(-1; 1); B(2; 4)$.	0.5
		Suy ra $D(-1; 0); C(2; 0)$. Kẻ $AH \perp BC$ ($H \in BC$) Vậy $S_{ABCD} = S_{\triangle ABH} + S_{\triangle HCD} = \frac{9}{2} + 3 = \frac{15}{2}$ (đvdt)	0.5
Câu 8 (1,0đ)		Gọi số phần quà ban đầu là x ($x \in \mathbb{N}^*$) Gọi số quyển vở có trong mỗi phần quà là y (quyển) ($y \in \mathbb{N}^*$) Ta có: tổng số quyển vở của nhóm học sinh có là: xy (quyển)	0.25
		Theo đề bài: nếu mỗi phần quà giảm 2 quyển thì các em sẽ có thêm 2 phần quà nữa nên ta có phương trình: $xy = (x + 2)(y - 2)$ (1)	0.25

	Tương tự: nếu mỗi phần quà giảm 4 quyển thì các em sẽ có thêm 5 phần quà nữa nên ta có phương trình: $xy = (x + 5)(y - 4)$ (2)	
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} xy = (x+2)(y-2) \\ xy = (x+5)(y-4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = xy - 2x + 2y - 4 \\ xy = xy - 4x + 5y - 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = -2 \\ 4x - 5y = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 12 \end{cases}$ (TM)	0.25
	Vậy ban đầu có 10 phần quà và mỗi phần quà có 12 quyển vở	0.25

Câu 9 (2,5đ)			
	a)	Vẽ đúng hình ý a)	0,25
		Có N là điểm chính giữa của AD (giả thiết) $\Rightarrow AN = ND$	0,25
		Có $\widehat{ACN}$ và $\widehat{DMN}$ lần lượt là 2 góc nội tiếp chắn cung AN và ND $\Rightarrow \widehat{ACN} = \widehat{DMN}$ (2 góc nội tiếp chắn 2 cung bằng nhau)	0,25
		Xét tứ giác MCKH có: $\widehat{ACN} = \widehat{DMN}$. Mà 2 góc cùng nhìn cạnh HK $\Rightarrow$ MCKH là tứ giác nội tiếp (dấu hiệu nhận biết)	0,25

b)	Có MCKH nội tiếp (CM câu a) $\Rightarrow \widehat{CHK} = \widehat{CMK}$ (cùng chắn $\widehat{CK}$)	0,25
	Xét đường tròn đường kính AB có: $\widehat{CMK} = \widehat{CAD}$ (cùng chắn $\widehat{CD}$)	0,25
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{CHK} = \widehat{CAD}$	0,25
	Mà 2 góc ở vị trí đồng vị $\Rightarrow HK \parallel AD$ (đpcm)	0,25
c)	Có $AK \parallel ND$ $\Rightarrow \widehat{KAD} = \widehat{ADN} = \widehat{KMI} \Rightarrow$ MAIK nội tiếp $\widehat{ADN} = \widehat{ACN} = \widehat{AMI} = \widehat{AKI}$ $\Rightarrow \widehat{KAI} = \widehat{AKI} \Rightarrow \Delta AKI$ cân tại I. Mà IM là phân giác của $\widehat{AIK}$	0,25

		$\Rightarrow MI \perp AK$	
		Mà $AK \parallel ND$ $\Rightarrow MI \perp ND$ hay $MN \perp ND \Rightarrow \widehat{MND} = 90^\circ$ $\Rightarrow MD$ là đường kính của đường tròn đường kính AB $\Rightarrow sđ \text{ MAD} = 180^\circ$ $\Leftrightarrow MA + AD = 180^\circ$ $\Leftrightarrow \frac{AC}{2} + AD = 180^\circ$	0,25
Câu 10 (1,0đ)	a)	Áp dụng BĐT Cô-Si cho 2 số dương, ta có: $4(a^2 + 1) \geq 4.2\sqrt{a^2 \cdot 1} = 8a \quad (1)$ $6(b^2 + \frac{4}{9}) \geq 6.2\sqrt{a^2 \cdot \frac{4}{9}} = 8b \quad (2)$ $3(c^2 + \frac{16}{9}) \geq 3.2\sqrt{c^2 \cdot \frac{16}{9}} = 8c \quad (3)$ Cộng theo vế (1), (2), (3) Ta có $A + 4 + \frac{8}{3} + \frac{16}{3} \geq 8(a + b + c) = 8.3 = 24$	0,25
		$\Rightarrow A \geq 12$ Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} a^2 = 1 \\ b^2 = \frac{4}{9} \\ c^2 = \frac{16}{9} \\ a, b, c \geq 0 \\ a + b + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{2}{3} \\ c = \frac{4}{3} \end{cases}$	0,25

		Vậy Min A = 12 khi $(a, b, c) = \left(1; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$	
	b		0,5

	b)	$x^2 - 2ax - 3b = 0 \text{ (1); } x^2 - 2bx - 3a = 0 \text{ (2)}$ $\Delta'_{(1)} = a^2 + 3b = m^2; \Delta'_{(2)} = b^2 + 3a = n^2 \text{ (m, n } \in \mathbb{N}^*)$ Không mất tổng quát, giả sử $a \geq b > 0 \Rightarrow a^2 < m^2 < (a+2)^2 \Rightarrow m^2 = (a+1)^2 = a^2 + 3b$ $\Rightarrow 2a + 1 = 3b \Rightarrow 2a \equiv 2 \pmod{3}$ $\Rightarrow a = 3k + 1 \Rightarrow 2(3k+1) + 1 = 3b \Rightarrow b = 2k + 1 \text{ (k } \in \mathbb{N})$	0,25
		Từ $b^2 + 3a = n^2 \Rightarrow (2k+1)^2 + 3(3k+1) = n^2$ $\Rightarrow (2k+2)^2 \leq n^2 < (2k+4)^2$ $\Rightarrow \begin{cases} n^2 = (2k+2)^2 \\ n^2 = (2k+3)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k=5 \\ k=0 \end{cases}$ $\Rightarrow (a; b) \in \{(11;16);(16;11);(1;1)\}$	0,25

Chú ý: - Chú ý các em làm cách khác mà kết quả đúng vẫn được điểm tối đa!