

ĐỀ CHÍNH THỨC

Đề thi gồm 01 trang

Bài 1.

- a. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x^2 + y^2 + 4xy = 8 \\ (x+y)(x^2 + xy + 2) = 8 \end{cases}$$
- b. Giải phương trình:
$$\frac{\sqrt{27+x^2+x}}{2+\sqrt{5-(x^2+x)}} = \frac{\sqrt{27+2x}}{2+\sqrt{5-2x}}$$

Bài 2.

- a. Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n , ta luôn có

$$\left[(27n+5)^7 + 10 \right]^7 + \left[(10n+27)^7 + 5 \right]^7 + \left[(5n+10)^7 + 27 \right]^7$$

chia hết cho 42.

- b. Với x, y là các số thực dương thay đổi thỏa mãn điều kiện

$$4x^2 + 4y^2 + 17xy + 5x + 5y \geq 1.$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = 17x^2 + 17y^2 + 16xy$.

Bài 3. Cho tam giác ABC cân tại A , có đường tròn nội tiếp (I) . Các điểm E, F theo thứ tự thuộc các cạnh CA, AB (E khác C và A ; F khác B và A) sao cho EF tiếp xúc với đường tròn (I) tại điểm P . Gọi K, L lần lượt là hình chiếu vuông góc của E, F trên BC . Giả sử FK cắt EL tại điểm J . Gọi H là hình chiếu vuông góc của J trên BC .

- a) Chứng minh rằng HJ là phân giác của góc EHF .
- b) Kí hiệu S_1, S_2 lần lượt là diện tích của các tứ giác $BFJL$ và $CEJK$. Chứng minh rằng
$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{BF^2}{CE^2}.$$
- c) Gọi D là trung điểm của cạnh BC . Chứng minh rằng ba điểm P, J, D thẳng hàng.

Bài 4. Cho M là tập tất cả 4039 số nguyên liên tiếp từ -2019 đến 2019 . Chứng minh rằng trong 2021 số đôi một phân biệt được chọn bất kì từ M luôn tồn tại ba số phân biệt có tổng bằng 0.

----- HẾT -----