

**ĐỀ THI TUYỂN SINH
VÀO TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN NĂM 2019**
Môn thi: Toán

(Dùng cho mọi thí sinh thi vào trường chuyên)
Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1: 1. Rút gọn biểu thức:

$$P = \frac{\left(\frac{a+1}{a-1}\right)^2 + 3}{\left(\frac{a-1}{a+1}\right) + 3} : \frac{a^3 + 1}{a^3 - 1} - \frac{2a}{a-1}$$

với $a \neq -1, a \neq 1$

2. Các số thực x, y, a thỏa mãn:

$$\sqrt{x^2 + \sqrt[3]{x^4 y^2}} + \sqrt{y^2 + \sqrt[3]{y^4 x^2}} = a.$$

Chứng minh đẳng thức: $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2} = \sqrt[3]{a^2}$

Câu 2: Trên quãng đường AB dài 20km, tại cùng một thời điểm, bạn An đi bộ từ A đến B và bạn Bình đi bộ từ B về A. Sau 2 giờ kể từ lúc xuất phát, An và Bình gặp nhau tại C và cùng nghỉ tại C 15 phút (vận tốc của An trên quãng đường AC không thay đổi, vận tốc của Bình trên quãng đường BC không thay đổi). Sau khi nghỉ, An đi tiếp đến B với vận tốc nhỏ hơn vận tốc của An trên quãng đường AC là 1 km/h, Bình đi tiếp đến A với vận tốc lớn hơn vận tốc của Bình trên quãng đường BC là 1 km/h. Biết rằng An đến B sớm hơn so với Bình đến A là 48 phút. Hỏi vận tốc của An trên quãng đường AC là bao nhiêu?

Câu 3: Cho các đa thức:

$$P(x) = x^2 + ax + b; Q(x) = x^2 + cx + d \text{ với } a, b, c, d \text{ là các số thực.}$$

1. Tìm a và b để 1 và a là nghiệm của phương trình $P(x) = 0$
2. Giả sử phương trình $P(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $Q(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 sao cho $P(x_3) + P(x_4) = Q(x_1) + Q(x_2)$. Chứng minh: $|x_2 - x_1| = |x_4 - x_3|$

Câu 4: Cho đường tròn (O) bán kính R ngoại tiếp tam giác ABC có ba góc nhọn. Gọi AA₁, BB₁, CC₁ là các đường cao của tam giác ABC. Đường thẳng A₁C₁ cắt đường tròn (O) tại A' và C' (A₁ nằm giữa A' và C₁). Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A' và C' cắt nhau tại B'.

1. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Chứng minh: HC₁.A₁C = A₁C₁.HB₁.
2. Chứng minh ba điểm B, B', O thẳng hàng.
3. Khi tam giác ABC là tam giác đều. Hãy tính A'C' theo R.

Câu 5: Cho các số thực x, y thay đổi, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = xy(x-2)(y+6) + 13x^2 + 4y^2 - 26x + 24y + 46$$

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:

