

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NAM ĐỊNH**

**ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TRƯỜNG THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2020 - 2021**

Môn thi: TOÁN (chuyên)

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm có 01 trang)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1.

- Cho các số thực x, y, z khác 0. Đặt $a = x + \frac{1}{x}, b = y + \frac{1}{y}, c = xy + \frac{1}{xy}$. Chứng minh $a^2 + b^2 + c^2 - abc = 4$.
- Cho các số thực a, b khác -2 thỏa mãn $(2a + 1)(2b + 1) = 9$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{1}{2+a} + \frac{1}{2+b}$.

Bài 2.

- Giải phương trình $2x^2 + x + 3 = 3x\sqrt{x+3}$.
- Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{2x+1} + \sqrt{2y+1} = \frac{(x-y)^2}{2} \\ (x+y)(x+2y) + 3x + 2y = 4 \end{cases}$$

Bài 3. Cho tam giác nhọn ABC có $AB < AC$ nội tiếp đường tròn (O) . Một đường tròn tiếp xúc với các cạnh AB, AC tại M, N và có tâm I thuộc cạnh BC . Kẻ đường cao AH của tam giác ABC .

- Chứng minh các điểm A, M, H, I, N cùng thuộc đường tròn và HA là tia phân giác của góc MHN .
- Đường thẳng đi qua I và vuông góc với BC cắt MN tại K . Chứng minh AK đi qua trung điểm D của BC .
- Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau tại S . Chứng minh $\widehat{BAS} = \widehat{CAD}$.

Bài 4.

- Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $x^3 + y^2 = xy^2 + 1$.
- Cho các số nguyên dương a, b, c thỏa mãn $c + \frac{1}{b} = a + \frac{b}{a}$. Chứng minh ab là lập phương của một số nguyên dương.

Bài 5.

- Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 1$. Chứng minh $a^3 + b^3 + c^3 \leq \frac{1}{8} + a^4 + b^4 + c^4$.
- Ban đầu có 2020 viên sỏi để trong 1 chiếc túi. Có thể thực hiện công việc như sau:
 Bước 1: Bỏ đi 1 viên sỏi và chia túi này thành 2 túi mới.
 Bước 2: Chọn 1 trong 2 túi này sao cho túi đó có ít nhất 3 viên sỏi, bỏ đi 1 viên từ túi này và chia túi đó thành 2 túi mới, khi đó có 3 túi.
 Bước 3: Chọn 1 trong 3 túi này sao cho túi đó có ít nhất 3 viên sỏi, bỏ đi 1 viên từ túi này và

chia túi đó thành 2 túi mới, khi đó có 4 túi.

Tiếp tục quá trình trên. Hỏi sau một số bước có thể tạo ra trường hợp mà mỗi túi có đúng 2 viên sỏi hay không?

—HẾT—