

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1 (2,0 điểm).

- 1) Tìm điều kiện xác định của biểu thức $P = \frac{2019}{\sqrt{x}-3} - \frac{3}{x-9}$.
- 2) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = (m^2 - 1)x + 7$ và đường thẳng $y = 3x + m + 5$ (với $m \neq \pm 1$) là hai đường thẳng song song.
- 3) Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$. Tính độ dài đường cao kẻ từ A xuống cạnh BC .
- 4) Một hình trụ có diện tích hình tròn đáy là $9\pi \text{ cm}^2$, độ dài đường sinh là 6cm . Tính thể tích hình trụ đó.

Câu 2 (1,5 điểm). Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} + 4\sqrt{a} \right) : \left(\frac{a^2+a\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1} \right)$ với $a > 0, a \neq 1$.

- 1) Rút gọn biểu thức P .
- 2) Tìm các giá trị nguyên của a để P nhận giá trị là số nguyên.

Câu 3 (2,5 điểm).

- 1) Cho phương trình $x^2 + 2(m-2)x - m^2 - 5 = 0$ (với m là tham số).
 - a) Giải phương trình với $m = 0$.
 - b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 (giả sử $x_1 < x_2$) thỏa mãn $|x_1| - |x_2 + 1| = 5$.
- 2) Giải phương trình $(\sqrt{x+4} - 2)(\sqrt{4-x} + 2) = -2x$.

Câu 4 (3,0 điểm). Cho hình bình hành $ABCD$ ($BD < AC$). Đường tròn (O) đường kính AC cắt các tia AB, AD lần lượt tại H, I khác A . Trên dây HI lấy điểm K sao cho $\widehat{HCK} = \widehat{ADO}$. Tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) cắt BD tại E (D nằm giữa B, E). Chứng minh rằng:

- 1) $\triangle CHK \sim \triangle DAO$ và $HK = \frac{AO \cdot KC}{OB}$.
- 2) K là trung điểm của đoạn HI .
- 3) $EI \cdot EH + 4OB^2 < AE^2$.

Câu 5 (1,0 điểm).

- 1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} (x-y)^2 + 4 = 3y - 5x + 2\sqrt{(x+1)(y-1)} \\ \frac{3xy - 5y - 6x + 11}{\sqrt{x^3 + 1}} = 5 \end{cases}$$
- 2) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x + y + z = 2019xyz$. Chứng minh rằng

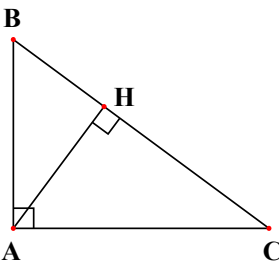
$$\frac{x^2 + 1 + \sqrt{2019x^2 + 1}}{x} + \frac{y^2 + 1 + \sqrt{2019y^2 + 1}}{y} + \frac{z^2 + 1 + \sqrt{2019z^2 + 1}}{z} \leq 2019.2020xyz.$$

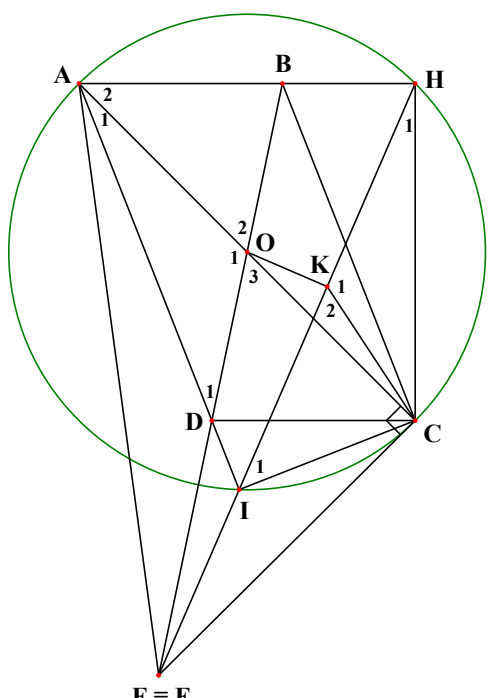
----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:
Số báo danh:

Họ tên, chữ kí GT 1:
Họ tên, chữ kí GT 2:

HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ BIỂU ĐIỂM DỰ KIẾN:

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2,0đ)	1)	$P = \frac{2019}{\sqrt{x}-3} - \frac{3}{x-9}$ $\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x}-3 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 9 \end{cases} \\ x-9 \neq 0 \end{cases}$	0.5
	2)	Hai đường thẳng $y = (m^2 - 1)x + 7$ và $y = 3x + m + 5$ (với $m \neq \pm 1$) song song với nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 = 3 \\ 7 \neq m + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 4 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2 \text{ (TMĐK)}$ Vậy $m = -2$ là giá trị cần tìm.	0.5
	3)	 Áp dụng định lý Py-ta-go, ta có: $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ (cm)}$ Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có: $AH \cdot BC = AB \cdot AC \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{6 \cdot 8}{10} = 4,8 \text{ (cm)}$	0.5
	4)	Trong hình trụ thì chiều cao bằng độ dài đường sinh $\Rightarrow h = 6 \text{ cm}$ Thể tích hình trụ là: $V = S \cdot h = 9\pi \cdot 6 = 54\pi \text{ (cm}^3\text{)}$	0.5
Câu 2 (1,5đ)	1)	$P = \left(\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} + 4\sqrt{a} \right) : \left(\frac{a^2 + a\sqrt{a}}{\sqrt{a}+1} \right)$ $= \frac{(\sqrt{a}+1)^2 - (\sqrt{a}-1)^2 + 4\sqrt{a}(a-1)}{(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}-1)} : \frac{a\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}+1}$ $= \frac{a + 2\sqrt{a} + 1 - a + 2\sqrt{a} - 1 + 4a\sqrt{a} - 4\sqrt{a}}{a-1} : a\sqrt{a}$ $= \frac{4a\sqrt{a}}{a-1} : a\sqrt{a} = \frac{4}{a-1}$ Vậy $P = \frac{4}{a-1}$ với $a > 0, a \neq 1$	1.0
	2)	Với $a \in \mathbb{Z}, a > 0, a \neq 1 \Rightarrow a-1 \geq 1$ P nhận giá trị nguyên $\Leftrightarrow \frac{4}{a-1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 4 : a-1$ Mà $a-1 \geq 1 \Rightarrow a-1 \in \{1; 2; 4\} \Rightarrow a \in \{2; 3; 5\}$	0.5

Câu 3 (2,5đ)	1a)	Với $m = 0$, ta có phương trình: $x^2 - 4x - 5 = 0$ Giải phương trình được $x_1 = -1; x_2 = 5$	0.5
	1b)	Phương trình $x^2 + 2(m-2)x - m^2 - 5 = 0$ Ta có $ac = -m^2 - 5 < 0 \forall m$ $\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm trái dấu Mà $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1 < 0 < x_2$ $\Rightarrow x_1 = -x_1; x_2 + 1 = x_2 + 1$ Do đó: $ x_1 - x_2 + 1 = 5 \Leftrightarrow -x_1 - x_2 - 1 = 5 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = -6$ Lại có: $x_1 + x_2 = -2(m-2)$ (theo hệ thức Vi-ét) $\Rightarrow -2(m-2) = -6 \Leftrightarrow m = 5$ Vậy $m = 5$ là giá trị cần tìm.	1.0
	2)	$(\sqrt{x+4}-2)(\sqrt{4-x}+2) = -2x \quad (1)$ ĐK: $-4 \leq x \leq 4$ Dễ thấy $x = 0$ là nghiệm của phương trình (1) Xét $x \neq 0$. Nhân cả hai vế của (1) với $(\sqrt{4+x}+2)$ được $x(\sqrt{4-x}+2) = -2x(\sqrt{4+x}+2)$ $\Rightarrow \sqrt{4-x}+2 = -2(\sqrt{4+x}+2)$ $\Rightarrow \sqrt{4-x} = -2\sqrt{4+x}-6$ $\Rightarrow \sqrt{4-x} < 0$ (vô nghiệm) Vậy nghiệm của phương trình (1) là $x = 0$	1.0
Câu 4 (3,0đ)			0.25
	1)	ΔCHK và ΔDAO có: $\widehat{HCK} = \widehat{D_1}$ (GT); $\widehat{A_1} = \widehat{H_1} \left(= \frac{1}{2} \text{sđ}\widehat{IC} \right)$ $\Rightarrow \Delta CHK \not\cong \Delta DAO$ (g-g)	0.75

		$\Rightarrow \frac{HK}{AO} = \frac{KC}{OD} \Rightarrow HK = \frac{AO.KC}{OD} = \frac{AO.KC}{OB} \quad (1)$	
	2)	Từ $\triangle CHK \# \triangle DAO \Rightarrow \widehat{K}_1 = \widehat{O}_1 \Rightarrow \widehat{K}_2 = \widehat{O}_2$ $\triangle CIK$ và $\triangle BAO$ có: $\widehat{K}_2 = \widehat{O}_2 ; \widehat{I}_1 = \widehat{A}_2 \left(= \frac{1}{2} s\widehat{d}HC \right)$ $\Rightarrow \triangle CIK \# \triangle BAO \text{ (g-g)}$ $\Rightarrow \frac{IK}{AO} = \frac{KC}{OB} \Rightarrow IK = \frac{AO.KC}{OB} \quad (2)$ Từ (1) và (2) $\Rightarrow HK = IK$ Vậy K là trung điểm của HI.	1.0
	3)	Gọi F là giao điểm của BD và HI Ta có $\widehat{K}_2 = \widehat{O}_2$ và $\widehat{O}_3 = \widehat{O}_2 \Rightarrow \widehat{O}_3 = \widehat{K}_2$ $\Rightarrow OKCF$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{OKF} = \widehat{OCF}$ Vì K là trung điểm của dây HI $\Rightarrow OK \perp HI \Rightarrow \widehat{OKF} = 90^\circ$ $\Rightarrow \widehat{OCF} = 90^\circ \Rightarrow FC$ là tiếp tuyến của (O) $\Rightarrow F \equiv E$ Dễ chứng minh $\triangle ECI \# \triangle EHC$ (g-g) $\Rightarrow EC^2 = EI.EH \quad (3)$ Vì $AC > BD \Rightarrow AC^2 > BD^2 \Rightarrow AC^2 > 4OB^2 \quad (4)$ $\triangle ACE$ vuông tại C $\Rightarrow AE^2 = EC^2 + AC^2 \quad (5)$ Từ (3), (4), (5) $\Rightarrow EI.EH + 4OB^2 < EC^2 + AC^2 = AE^2$ (đpcm)	1.0
Câu 5 (1,0đ)	1)	$\begin{cases} (x-y)^2 + 4 = 3y - 5x + 2\sqrt{(x+1)(y-1)} & (1) \\ \frac{3xy - 5y - 6x + 11}{\sqrt{x^3 + 1}} = 5 & (2) \end{cases}$ ĐK: $x \geq -1; y \geq 1$ Đặt $\sqrt{x+1} = a, \sqrt{y-1} = b$ ($a > 0, b \geq 0$) $\Rightarrow x = a^2 - 1; y = b^2 + 1$ Phương trình (1) trở thành: $(a^2 - b^2 - 2)^2 + 4 = 3(b^2 + 1) - 5(a^2 - 1) + 2ab$ $\Leftrightarrow (a^2 - b^2 - 2)^2 + 4 - 3b^2 + 5a^2 - 8 - 2ab = 0$ $\Leftrightarrow (a^2 - b^2 - 2)^2 + 4 + 4(a^2 - b^2 - 2) + a^2 + b^2 - 2ab = 0$ $\Leftrightarrow (a^2 - b^2)^2 + (a - b)^2 = 0$ $\Leftrightarrow (a - b)^2[(a + b)^2 + 1] = 0$ $\Leftrightarrow (a - b)^2 = 0$ $\Leftrightarrow a = b$ $\Rightarrow \sqrt{x+1} = \sqrt{y-1} \Rightarrow y = x + 2 \quad (3)$ $(2) \Rightarrow 3xy - 5y - 6x + 11 = 5\sqrt{x^3 + 1} \quad (4)$ Thay (3) vào (4) được: $3x(x+2) - 5(x+2) - 6x + 11 = 5\sqrt{x^3 + 1}$ $\Leftrightarrow 3x^2 + 6x - 5x - 10 - 6x + 11 = 5\sqrt{x^3 + 1}$ $\Leftrightarrow 3x^2 - 5x + 1 = 5\sqrt{x^3 + 1}$ $\Leftrightarrow 3(x^2 - x + 1) - 2(x+1) - 5\sqrt{x+1}\sqrt{x^2 - x + 1} = 0$	0.5

	$\Leftrightarrow \left(3\sqrt{x^2-x+1}+\sqrt{x+1}\right)\left(\sqrt{x^2-x+1}-2\sqrt{x+1}\right)=0$ $\Rightarrow \sqrt{x^2-x+1}-2\sqrt{x+1}=0$ $\Rightarrow x^2-x+1=4(x+1)$ $\Leftrightarrow x^2-5x-3=0$ $\Leftrightarrow x=\frac{5\pm\sqrt{37}}{2} \text{ (TMĐK)}$ Với $x=\frac{5\pm\sqrt{37}}{2} \Rightarrow y=\frac{9\pm\sqrt{37}}{2}$ Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x;y)\in\left\{\left(\frac{5+\sqrt{37}}{2};\frac{9+\sqrt{37}}{2}\right);\left(\frac{5-\sqrt{37}}{2};\frac{9-\sqrt{37}}{2}\right)\right\}.$	
2)	Ta có: $x+y+z=2019xyz \Rightarrow 2019x^2=\frac{x^2+xy+xz}{yz}$ $\Rightarrow 2019x^2+1=\frac{x^2+xy+xz+yz}{yz}=\frac{(x+y)(x+z)}{yz}=\left(\frac{x}{y}+1\right)\left(\frac{x}{z}+1\right)$ $\Rightarrow \sqrt{2019x^2+1}=\sqrt{\left(\frac{x}{y}+1\right)\left(\frac{x}{z}+1\right)}\leq\frac{1}{2}\left(\frac{x}{y}+\frac{x}{z}+2\right)=1+\frac{x}{2}\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$ (theo BĐT Cô-si) $\Rightarrow \frac{x^2+1+\sqrt{2019x^2+1}}{x}\leq\frac{x^2+1+1+\frac{x}{2}\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)}{x}=x+\frac{2}{x}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$ Tương tự: $\frac{y^2+1+\sqrt{2019y^2+1}}{y}\leq y+\frac{2}{y}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{z}+\frac{1}{x}\right)$ $\frac{z^2+1+\sqrt{2019z^2+1}}{z}\leq z+\frac{2}{z}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)$ $\Rightarrow VT\leq x+y+z+3\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$ Chứng minh được $(x+y+z)^2\geq 3(xy+yz+zx)$ $\Rightarrow 3\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)=\frac{3(xy+yz+zx)}{xyz}=\frac{2019.3(xy+yz+zx)}{2019xyz}$ $\leq\frac{2019.(x+y+z)^2}{x+y+z}=2019(x+y+z)$ $\Rightarrow VT\leq 2020(x+y+z)=2020.2019xyz=VP$ $\Rightarrow$ Đpcm.	0.5