

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề gồm 01 trang)

Câu 1. (2,0 điểm) Cho biểu thức

$$P = \frac{x\sqrt{x} - 8}{x - 2\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x} + 8}{x + 2\sqrt{x}} + \frac{x + 2}{\sqrt{x}}.$$

a. Tìm điều kiện của x để P có nghĩa và rút gọn P .

b. Tìm x để $P = 7$.

Câu 2. (2,0 điểm)

a. Giải phương trình $2(x^2 - x + 3) = 5\sqrt{x^2 - x + 2}$.

b. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 + 3y = y^3 + 3x \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$

Câu 3. (2,0 điểm)

a. Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác. Chứng minh rằng

$$3(ab + bc + ca) \leq (a + b + c)^2 < 4(ab + bc + ca).$$

b. Tìm tất cả các số tự nhiên a và b ($a > 1, b > 1$) sao cho:

$$(ab - 1) \text{ chia hết cho } (a - 1)(b - 1).$$

Câu 4. (3,0 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB , điểm C thuộc nửa đường tròn và không trùng với A và B , D là điểm chính giữa cung AC , hai đường thẳng BC và AD cắt nhau tại E , đường thẳng BD cắt đường thẳng AC tại F và cắt tiếp tuyến tại A của nửa đường tròn tại G .

a. Chứng minh tứ giác $ABEG$ nội tiếp.

b. Chứng minh điểm E luôn thuộc đường tròn (S) cố định khi C thay đổi.

c. Gọi H là giao điểm thứ hai của đường thẳng AC với đường tròn (S) . Chứng minh tứ giác $BFEH$ nội tiếp.

Câu 5. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng Oxy , điểm X được gọi là điểm “đẹp” nếu hoành độ và tung độ của X đều là các số hữu tỉ. Chứng minh rằng nếu tam giác ABC đều thì một trong ba điểm A, B, C có ít nhất một điểm không là điểm đẹp.

----- Hết -----