
Câu I (2,0 điểm)

- 1) Trong hệ trục tọa độ Oxy vẽ đồ thị hàm số; $y = x - 3$.
- 2) Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $(d_1): y = 2x - 5$ và $(d_2): y = 3x - 2$.
- 3) Rút gọn biểu thức $(\sqrt{10} - 1)\sqrt{11 + 2\sqrt{10}}$

Câu II (2,0 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x^2 + 3y = 7 \end{cases}$$
- 2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) có phương trình $y = 2x^2$ và đường thẳng $(d): y = 4x - m + 1$. (Với m là tham số). Tìm giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức:
$$x_1^2 + x_2^2 = 4x_1x_2$$

Câu III (2,0 điểm)

- 1) Giải phương trình:
$$\frac{x}{x+2} - \frac{2}{x^2 + 3x + 2} = 0$$
- 2) Hai cây nến có cùng chiều dài và làm từ các chất liệu khác nhau, cây nến thứ nhất cháy hết với tốc độ đều trong 4 giờ, cây nến thứ nhất cháy hết với tốc độ đều trong 6 giờ. Hỏi nếu đốt cùng một lúc thì sau bao lâu phần còn lại của cây nến thứ hai gấp đôi phần còn lại của cây nến thứ nhất.

Câu IV (3,0 điểm)

Cho đường tròn tâm O, bán kính R. Từ một điểm A ở ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến AB và AC với đường tròn (B và C là các tiếp điểm). Qua B kẻ đường thẳng song song với AO cắt đường tròn tại M (M khác B), đường thẳng AM cắt đường tròn tại N (N khác M), đường thẳng BN cắt AO tại I, AO cắt BC tại K. Chứng minh rằng:

- 1) Tứ giác ABOC là tứ giác nội tiếp.
- 2) $IA^2 = IN \cdot IB$
- 3) $IA = IK$.
- 4) $\frac{KC^2}{KN^2} = \frac{AM}{AN}$

Câu V (1,0 điểm)

- 1) Cho $a = \frac{\sqrt{2}+1}{2}; b = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$. Tính giá trị: $P = a^7 + b^7$ (Không dùng máy tính cầm tay)
- 2) Cho các số a, b, c đều lớn hơn $\frac{25}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$Q = \frac{a}{2\sqrt{b}-5} + \frac{b}{2\sqrt{c}-5} + \frac{c}{2\sqrt{a}-5}$$

----- Hết -----

Phần, ý	Nội dung	Điểm
1	Xác định đúng 2 điểm thuộc đồ thị	
	Vẽ đúng đồ thị	
2	Tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} y = 2x - 5 \\ y = 3x - 2 \end{cases}$	
	Giải hệ phương trình ta được: $\begin{cases} x = -3 \\ y = -11 \end{cases}$ Vậy tọa độ giao điểm của (d_1) và (d_2) là $(-3; -11)$	
3	$(\sqrt{10} - 1)\sqrt{11 + 2\sqrt{10}} = (\sqrt{10} - 1)\sqrt{(\sqrt{10} + 1)^2}$	
	$= (\sqrt{10} - 1)(\sqrt{10} + 1) = 10 - 1 = 9$	

Câu II (2,0 điểm)

Phần, ý	Nội dung	Điểm
1	$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x^2 + 3y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 2y \\ (4 - 2y)^2 + 3y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 2y \\ 4y^2 - 13y + 9 = 0 \end{cases}$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 2y \\ 4y^2 - 13y + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 2y \\ y = 1 \\ y = \frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{9}{4} \end{cases}$ Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm: $(2; 1), \left(-\frac{1}{2}; \frac{9}{4}\right)$	
2	Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm phương trình $2x^2 = 4x - m + 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + m - 1 = 0 \quad (1)$ Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 6 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < 3$	
	Ta có $x_1^2 + x_2^2 = 4x_1x_2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 = 6x_1x_2$ Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1x_2 = \frac{m-1}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow 4 = 3(m-1) \Leftrightarrow m = \frac{7}{3} (TM) \text{ . KL.....}$	

Câu III (2,0 điểm)

Phần, ý	Nội dung	Điểm
1	ĐK: $x \neq -2; x \neq -1$ $\frac{x}{x+2} - \frac{2}{x^2+3x+2} = 0 \Leftrightarrow \frac{x(x+1)}{(x+1)(x+2)} - \frac{2}{(x+1)(x+2)} = 0$ $\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1(TM) \\ x = -2(KTM) \end{cases} . KL...$	
2	Gọi thời gian đốt nến để phần còn lại của cây nến thứ 2 gấp đôi phần còn lại của cây nến thứ nhất là $x(h)$; $x > 0$ Trong 1 giờ cây thứ nhất cháy hết $\frac{1}{4}$ (cây) Trong 1 giờ cây thứ hai cháy hết $\frac{1}{6}$ (cây) Phần còn lại của cây nến thứ nhất sau x giờ là $\frac{4-x}{4}$ (cây) Phần còn lại của cây nến thứ hai sau x giờ là $\frac{6-x}{4}$ (cây) Theo bài ra ta có PT: $\frac{2(4-x)}{4} = \frac{6-x}{6}$ Giải phương trình ta được $x = 3(TM)$. KL.....	

Câu IV (3,0 điểm)

Phân ý	Nội dung	Điểm
1	Ta có: $\widehat{ABO} + \widehat{ACO} = 180^\circ$ $\Rightarrow$ tứ giác ABOC nội tiếp	
2	Ta có: $\widehat{BMN} = \widehat{NAI}$ (So le trong) $\widehat{ABN} = \widehat{BMN}$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và góc nội tiếp cùng chắn cung BN) (1) $\Rightarrow \widehat{NAI} = \widehat{ABN}$ $\Rightarrow$ Tam giác AIN đồng dạng với tam giác BIA $\Rightarrow \frac{AI}{NI} = \frac{IB}{AI} \Rightarrow AI^2 = IB \cdot IN (*)$	

3	Ta có $OB = OC, AB = AC \Rightarrow AO \perp BC$, mà $BM \parallel AO \Rightarrow BM \perp BC$ $\Rightarrow \widehat{CBM} = 90^\circ \Rightarrow M, O, C$ thẳng hàng $\Rightarrow \widehat{MNC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ANC} = 90^\circ \Rightarrow$ tứ giác ANKC nội tiếp	
	$\Rightarrow \widehat{CAN} = \widehat{K_1}$ mà $\widehat{B_1} = \widehat{M_1}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung NC) $\Rightarrow \widehat{K_1} + \widehat{B_1} = \widehat{CAN} + \widehat{M_1} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BNK} = 90^\circ \Rightarrow IK^2 = IN \cdot IB(**)$ Từ (*) và (**) $AI^2 = IK^2 \Rightarrow AI = IK$	
4	$BM \parallel AI \Rightarrow \frac{AM}{MN} = \frac{BI}{BN}$ (Hệ quả của định lý Talet) Mà $\frac{BI}{BN} = \frac{BI \cdot BN}{BN^2} = \frac{KB^2}{BN^2} \Rightarrow \frac{AM}{MN} = \frac{KB^2}{BN^2}$ (3)	
	$BM \parallel AI \Rightarrow \frac{MN}{AN} = \frac{BN}{NI}$ (Hệ quả của định lý Talet) $\frac{BN}{NI} = \frac{BN^2}{NI \cdot BN} = \frac{BN^2}{NK^2} \Rightarrow \frac{MN}{AN} = \frac{BN^2}{NK^2}$ (4) Từ (3) và (4) $\Rightarrow \frac{AM}{AN} = \frac{KB^2}{KN^2} = \frac{KC^2}{KN^2}$ ($KB = KC$). Vậy $\frac{AM}{AN} = \frac{KC^2}{KN^2}$	

Câu V (1,0 điểm)

Phần, ý	Nội dung	Điểm
1	Ta có $P = (a^4 + b^4)(a^3 + b^3) - a^3b^3(a + b)$ $a + b = \sqrt{2}; ab = \frac{1}{4} \Rightarrow a^3 + b^3 = \frac{5\sqrt{2}}{4}; a^4 + b^4 = \frac{17}{8}$	
	$\Rightarrow P = \frac{169\sqrt{2}}{64}$	
2	Áp dụng BĐT AM-GM ta có : $\frac{a}{2\sqrt{b}-5} + 2\sqrt{b}-5 \geq 2\sqrt{a}; \frac{b}{2\sqrt{c}-5} + 2\sqrt{c}-5 \geq 2\sqrt{b}; \frac{c}{2\sqrt{a}-5} + 2\sqrt{a}-5 \geq 2\sqrt{c}$	
	$\Rightarrow \frac{a}{2\sqrt{b}-5} + \frac{b}{2\sqrt{c}-5} + \frac{c}{2\sqrt{a}-5} + 2\sqrt{b}-5 + 2\sqrt{c}-5 + 2\sqrt{a}-5 \geq 2\sqrt{b} + 2\sqrt{c} + 2\sqrt{a} \Rightarrow Q \geq 15$ Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 25$ $Q_{\min} = 15$ khi và chỉ khi $a = b = c = 25$	

*** Chú ý:** Các lời giải đúng khác đều được xem xét cho điểm tương ứng.