

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang)

Môn: Toán (Chuyên Toán)

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1: (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+5} \left(1 + \frac{4}{\sqrt{x}+1} \right) + \frac{7\sqrt{x}+14}{x+3\sqrt{x}+2}$, với $x \geq 0$.

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tìm tất cả giá trị của x để A là số nguyên.

Câu 2: (2,0 điểm)

a) Cho phương trình $x^2 - mx - 2m^2 = 0$, với m là tham số. Tìm tất cả giá trị m để phương trình đã cho có hai nghiệm nguyên x_1, x_2 thỏa mãn $5x_1^2 + 8x_2^2 = 252$.

b) Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$). Tìm a, b, c biết $f(x) - 2020$ chia hết cho $x - 1$, $f(x) + 2021$ chia hết cho $x + 1$ và $f(x)$ nhận giá trị bằng 2 khi $x = 0$.

Câu 3: (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $\sqrt{x^2 + 4x} + 3\sqrt{x+3} = 3x + \sqrt{x + \frac{12}{x}} + 7$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - 2y^2 + xy + 2x + 7y - 3 = 0 \\ \sqrt{x^2 + 3y^2 + 30} + x - 2y - 5 = 0. \end{cases}$

Câu 4: (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) có đường kính AB cố định, I là một điểm thuộc đoạn OA , (I khác O) qua I kẻ đường thẳng vuông góc với AB và cắt đường tròn (O) tại hai điểm phân biệt M và N . Gọi C là điểm thuộc cung lớn MN và E là giao điểm của AC với MN .

a) Chứng minh tứ giác $EIBC$ nội tiếp một đường tròn.

b) Chứng minh $AE.AC = AM^2$ và $AE.AC - AI.IB = AI^2$.

c) Gọi H, K, P lần lượt là hình chiếu của C lên đường thẳng BM, MN và BN . Xác định vị trí điểm C trên đường tròn (O) sao cho độ dài đoạn thẳng HK lớn nhất.

Câu 5: (1,0 điểm)

Cho hai số thực x, y không âm thỏa mãn $x + y = 2$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = (5x^2 + 7y)(5y^2 + 7x) + 151xy$.

-----Hết-----
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.