

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
PHÚ THỌ

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm có 01 trang)

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN HÙNG VƯƠNG
NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn thi: TOÁN (dành cho thí sinh thi chuyên Toán)
Thời gian làm bài: **150 phút** (không kể thời gian phát đề)

Bài 1.

- Cho $x + y + z = x^2 + y^2 + z^2 = 2$ và $xyz \neq 0$. Chứng minh rằng $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{xyz}$.
- Cho $0 < x < 2$ thỏa mãn

$$\frac{3(x^2 + 5x - 1)}{x^2 + x - 1} + 23 = \frac{24(x^2 + 3x - 1)}{x^2 + 2x - 1}.$$

Tính giá trị của biểu thức $T = (x^2 - x - 2)^{2020} + \frac{1}{(x^2 - x)^{2021}}$.

Bài 2.

- Cho phương trình $x^2 + mx + n = 0$ trong đó $m^2 + n^2 = 2020$. Chứng minh nếu phương trình có nghiệm x_0 thì $|x_0| < \sqrt{2021}$.
- Cho dãy số gồm 4041 số chính phương liên tiếp, trong đó tổng của 2021 số đầu bằng tổng của 2020 số cuối. Tìm số hạng thứ 2021 của dãy số đó.

Bài 3.

- Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} (x + \sqrt{x^2 + 3}) \left(y + \frac{1}{2} + \sqrt{y^2 + y + 1} \right) = \frac{3}{2} \\ x^4 + 2(3 - 8y)x^2 + 16y - 7 = 0 \end{cases}.$$

- Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $\sqrt{9x^2 + 16x + 96} + 16y = 3x - 24$.

Bài 4. Cho tam giác nhọn ABC có trực tâm H và nội tiếp đường tròn (O) . Gọi P là điểm nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác HBC và nằm trong tam giác ABC , ($P \neq B, C, H$). Gọi M là giao điểm của đường thẳng PB với đường tròn (O) , ($M \neq B$); N là giao điểm của đường thẳng PC với (O) , ($N \neq C$). Đường thẳng BM cắt AC tại E , đường thẳng CN cắt AB tại F . Đường tròn ngoại tiếp tam giác AME và đường tròn ngoại tiếp tam giác ANF cắt nhau tại Q , ($Q \neq A$).

- Chứng minh tứ giác $AEPF$ nội tiếp.
- Chứng minh M, N, Q thẳng hàng.
- Trong trường hợp AP là phân giác của $\widehat{MAN}$, chứng minh PQ đi qua trung điểm của đoạn thẳng BC .

Bài 5. Cho $x, y, z > 0$. Chứng minh bất đẳng thức

$$\frac{\sqrt{xy}}{1 + \sqrt{yz}} + \frac{1}{\sqrt{xy} + \sqrt{yz}} + \sqrt{\frac{2\sqrt{yz}}{1 + \sqrt{xy}}} \geq 2$$

—HẾT—