

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn thi: Toán (Môn chung)

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 11/6/2021

ĐỀ BÀI

Câu 1. (2,0 điểm). Giải các phương trình và hệ phương trình:

a. $5x - 10 = 0$

b. $x^2 + 6x + 5 = 0$

c.
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - y = 8 \end{cases}$$

Câu 2. (1,5 điểm)

2.1. Thực hiện phép tính sau: $\sqrt{3} - \sqrt{48} + \sqrt{75}$

2.2. Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} + \frac{3}{\sqrt{x} - 3} \right) : \frac{x - 9}{\sqrt{x} + 3}$ (với $x \geq 0; x \neq 9$).

a. Rút gọn biểu thức P.

b. Tính giá trị của P khi $x = 16$.

Câu 3. (2,0 điểm) Cho Parabol là đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng d là đồ thị hàm số $y = mx + m - 1$ (với m là tham số).

a. Vẽ Parabol là đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$.

b. Chứng minh Parabol luôn cắt đường thẳng d tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của tham số m .

Câu 4. (1,0 điểm)

Một ô tô khách và một ô tô tải chở vật liệu xây dựng khởi hành cùng một lúc từ bến xe khách Lai Châu đến trung tâm thị trấn Mường Tè. Do trọng tải lớn nên xe tải chở vật liệu xây dựng đi với vận tốc chậm hơn xe khách 10 km/h. Xe khách đến trung tâm thị trấn Mường Tè sớm hơn xe tải 1 giờ 6 phút. Tính vận tốc mỗi xe biết quãng đường từ bến xe khách thành phố Lai Châu đến trung tâm thị trấn Mường Tè là 132 km.

Câu 5. (2,0 điểm)

Cho đường tròn tâm $(O; R)$, từ một điểm A trên đường tròn kẻ tiếp tuyến d với đường tròn tâm O . Trên đường thẳng d lấy điểm M bất kì (M khác A), kẻ tiếp tuyến thứ hai MB (B là tiếp điểm).

a. Chứng minh tứ giác $AMBO$ là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b. Gọi I là giao điểm của AB và OM . Chứng minh $OI \cdot OM = R^2$; $OI \cdot IM = \frac{AB^2}{4}$.

c. Gọi điểm H là trực tâm của tam giác MAB . Tìm quỹ tích điểm H khi điểm M di chuyển trên đường thẳng d .

Câu 6. (1,0 điểm). Giải phương trình sau: $(2x + 5)\sqrt{2x + 5} = x^2 + 7x + 5$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (2,0 điểm). Giải các phương trình và hệ phương trình:

a. $5x - 10 = 0$

b. $x^2 + 6x + 5 = 0$

c. $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - y = 8 \end{cases}$

Hướng dẫn:

a. $5x - 10 = 0 \Leftrightarrow 5x = 10 \Leftrightarrow x = 2$

Vậy: $S = \{2\}$

b. $x^2 + 6x + 5 = 0$

Ta có : $a - b + c = 1 - 6 + 5 = 0 \Rightarrow x_1 = -1; x_2 = -5$

Vậy: $S = \{-5; -1\}$

c. $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 12 \\ x - y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -4 \end{cases}$

Vật hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (4; -4)$

Câu 2. (1,5 điểm)

2.1. Thực hiện phép tính sau: $\sqrt{3} - \sqrt{48} + \sqrt{75}$

2.2. Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{3}{\sqrt{x}-3} \right) : \frac{x-9}{\sqrt{x}+3}$ (với $x \geq 0; x \neq 9$).

a. Rút gọn biểu thức P.

b. Tính giá trị của P khi $x = 16$.

Hướng dẫn:

2.1. $\sqrt{3} - \sqrt{48} + \sqrt{75} = \sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

2.2. a. Rút gọn:

$$P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{3}{\sqrt{x}-3} \right) : \frac{x-9}{\sqrt{x}+3} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) + 3(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{x-9} = \frac{1}{\sqrt{x}-3}$$

b. Với $x = 16$ (thỏa mãn điều kiện) ta có: $P = \frac{1}{\sqrt{16}-3} = 1$

Câu 3. (2,0 điểm) Cho Parabol là đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng d là đồ thị hàm số $y = mx + m - 1$ (với m là tham số).

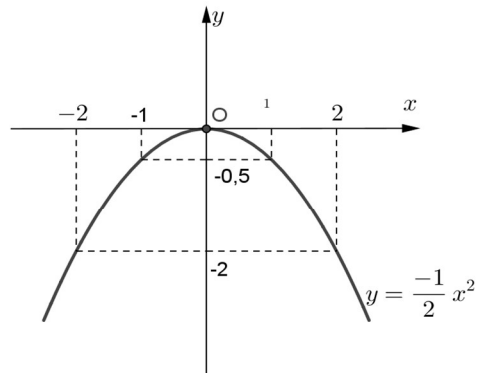
a. Vẽ Parabol là đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$.

b. Chứng minh Parabol luôn cắt đường thẳng d tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của tham số m .

Hướng dẫn:

a.

x	-2	-1	0	1	2
y	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2



b. Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) :

$$-\frac{1}{2}x^2 = mx + m - 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2mx + 2m - 2 = 0 \quad (1)$$

Phương trình (1) có $\Delta' = m^2 - 2m + 2 = (m - 1)^2 + 1 > 0$ với mọi m . Phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt. Do đó (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Câu 4. (1,0 điểm)

Một ô tô khách và một ô tô tải chở vật liệu xây dựng khởi hành cùng một lúc từ bến xe khách Lai Châu đến trung tâm thị trấn Mường Tè. Do trọng tải lớn nên xe tải chở vật liệu xây dựng đi với vận tốc chậm hơn xe khách 10 km/h. Xe khách đến trung tâm thị trấn Mường Tè sớm hơn xe tải 1 giờ 6 phút. Tính vận tốc mỗi xe biết quãng đường từ bến xe khách thành phố Lai Châu đến trung tâm thị trấn Mường Tè là 132 km.

Hướng dẫn:

Gọi vận tốc của xe tải là x (km/h) ($x > 0$)

$\Rightarrow$ vận tốc của xe khách là $x + 10$ (km/h)

Thời gian đi hết quãng đường của xe tải là $\frac{132}{x}$ (h) và xe khách là $\frac{132}{x+10}$ (h)

Vì xe khách đi nhanh hơn xe tải là 1 giờ 6 phút = $\frac{11}{10}$ (h)

Nên ta có phương trình:

$$\frac{132}{x} - \frac{132}{x+10} = \frac{11}{10}$$

$$\Rightarrow 132 \cdot 10(x+10) - 132 \cdot 10x = 11x(x+10)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 1200 = 0$$

Giải phương trình ta được $x_1 = -40$ (loại); $x_2 = 30$ (thỏa mãn)

Vậy vận tốc của xe tải là 30 km/h và xe khách là 40 km/h.

Câu 5. (2,0 điểm)

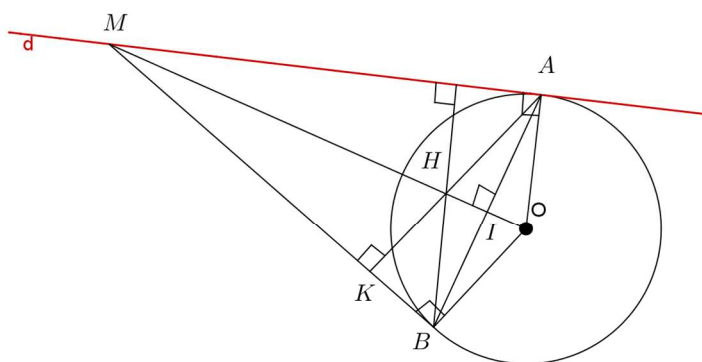
Cho đường tròn tâm $(O; R)$, từ một điểm A trên đường tròn kẻ tiếp tuyến d với đường tròn tâm O . Trên đường thẳng d lấy điểm M bất kì (M khác A), kẻ tiếp tuyến thứ hai MB (B là tiếp điểm).

a. Chứng minh tứ giác $AMBO$ là tứ giác nội tiếp đường tròn.

b. Gọi I là giao điểm của AB và OM . Chứng minh $OI \cdot OM = R^2$; $OI \cdot IM = \frac{AB^2}{4}$.

c. Gọi điểm H là trực tâm của tam giác MAB . Tìm quỹ tích điểm H khi điểm M di chuyển trên đường thẳng d .

Hướng dẫn:



a. Vì MA, MB là tiếp tuyến của đường tròn $(O) \Rightarrow \widehat{MAO} = 90^\circ; \widehat{MBO} = 90^\circ$.

Ta có: $\widehat{MAO} + \widehat{MBO} = 180^\circ$.

$\Rightarrow AMBO$ nội tiếp đường tròn đường kính OM .

b. Ta có $MA = MB$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) và $OA = OB = R$.

$\Rightarrow MO$ là đường trung trực của đoạn thẳng $AB \Rightarrow OM \perp AB$ tại I .

Ta lại có: $\widehat{MAO} = 90^\circ$ (tính chất của tiếp tuyến)

$\Rightarrow \triangle MAO$ vuông tại A .

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$OI \cdot OM = OA^2 = R^2 \quad \text{và} \quad OI \cdot IM = IA^2 = \frac{AB^2}{4} \quad (\text{đpcm}).$$

c. Ta có: $OB \perp MB$ (tính chất của tiếp tuyến) và $AK \perp MB$ (AK là đường cao của $\triangle MAB$).

$$\Rightarrow OB // AK \text{ hay } OB // AH \quad (1).$$

$$\text{Chúng minh tương tự ta có: } OA // BN \text{ hay } OA // BH \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra: tứ giác $AOBN$ là hình bình hành.

$$\text{Mà } OA = OB = R.$$

$\Rightarrow$ hình bình hành $AOBN$ là hình thoi.

$$\Rightarrow AH = AO = R$$

Vậy khi M di chuyển trên đường thẳng (d) thì H luôn cách A cố định một khoảng bằng R . Do đó, quỹ tích của điểm H khi M di chuyển trên đường thẳng (d) là nửa đường tròn tâm $(A; AH)$, $AH = R$.

Câu 6. (1,0 điểm). Giải phương trình sau: $(2x + 5)\sqrt{2x + 5} = x^2 + 7x + 5$.

Hướng dẫn:

$$\text{ĐK: } x \geq \frac{-7 + \sqrt{29}}{2} \text{ và } x \leq \frac{-7 - \sqrt{29}}{2}$$

Ta có :

$$(2x + 5)\sqrt{2x + 5} = x^2 + 7x + 5$$

$$\Leftrightarrow (2x + 5)^3 = (x^2 + 7x + 5)^2$$

$$\Leftrightarrow x^4 + 6x^3 - x^2 - 80x - 100 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^4 + 6x^3 = x^2 + 80x + 100$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x - 5)(x^2 + 8x + 20) = 0$$

$$+ \text{ Trường hợp 1: } x^2 - 2x - 5 = 0$$

$$\Delta' = 1 + 6 = 6$$

$\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = 1 + \sqrt{6} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

$$x_2 = 1 - \sqrt{6} \text{ (không thỏa mãn điều kiện)}$$

$$+ \text{ Trường hợp 2: } x^2 + 8x + 20 = 0$$

$$\Delta' = 16 - 20 = -4 < 0$$

$\Rightarrow$ Phương trình vô nghiệm.

Vậy: Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = 1 + \sqrt{6}$.