

Câu 1. (2,0 điểm)

- 1) Tìm điều kiện xác định của biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{8x-1}}$.
- 2) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = mx + 1$ ($m \neq 0$) và đường thẳng $y = 9x + 2$ song song.
- 3) Tính chiều cao của tam giác ABC đều cạnh bằng $2\sqrt{3} \text{ cm}$.
- 4) Tính thể tích của hình nón có chiều cao bằng 4 cm và bán kính đáy 3 cm .

Câu 2. (1,5 điểm) Cho biểu thức $Q = \left(\frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} + \frac{x+1}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-1} \right) \cdot \left(\frac{x+25}{x+\sqrt{x}+1} \right)$ với $x > 0; x \neq 1$.

- 1) Rút gọn biểu thức Q .
- 2) Tìm x để Q có giá trị bằng 10.

Câu 3. (2,5 điểm)

- 1) Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 1 = 0$ (1) với m là tham số.
 - a) Giải phương trình (1) khi $m = 3$.
 - b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 = x_2 + 2$.
- 2) Giải phương trình $\sqrt{6-x} + \sqrt{x-2} - 2\sqrt{2} = 0$.

Câu 4. (3,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC ($AB > AC$) nội tiếp đường tròn tâm O đường kính AP . Các đường cao BE và CF cắt nhau tại H .

- 1) Chứng minh rằng tứ giác $BCEF$ nội tiếp và $AE.AC = AF.AB$.
- 2) Gọi K, I lần lượt là trung điểm của EF và AH . Chứng minh $AP \perp EF$ và $AP \parallel IK$.
- 3) Gọi M là giao điểm của IK và BC ; N là giao điểm của MH với cung nhỏ AC của đường tròn (O).
Chứng minh rằng M là trung điểm của đoạn BC và $\widehat{HMC} = \widehat{HAN}$.

Câu 5. (1,0 điểm)

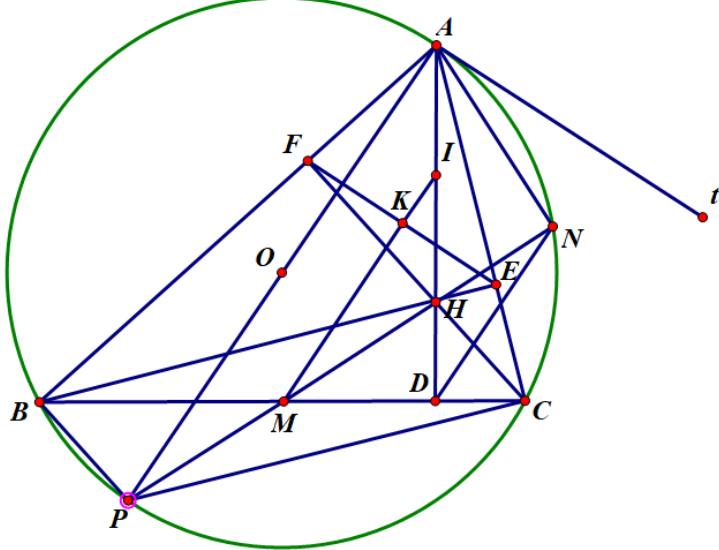
- 1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2\sqrt{x+3y+2} = 3\sqrt{y} + \sqrt{x+2} \\ y^2 + x^2 + 2x = 0. \end{cases}$$
- 2) Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn $xyz = 1$. Chứng minh rằng
$$\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{xz} + \frac{z^2}{xy} \geq 2 \left(\frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y} \right).$$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:.....Họ tên, chữ ký GT 1:.....
Số báo danh:.....Họ tên, chữ ký GT 2:.....

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1	Câu 1. (2,0 điểm)	
	1) Tìm điều kiện xác định của biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{8x-1}}$.	
	2) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = mx + 1$ ($m \neq 0$) và đường thẳng $y = 9x + 2$ song song.	
	3) Tính chiều cao của tam giác ABC đều cạnh bằng $2\sqrt{3} \text{ cm}$.	
	4) Tính thể tích của hình nón có chiều cao bằng 4 cm và bán kính đáy 3 cm .	
1)	Biểu thức xác định khi và chỉ khi $8x - 1 > 0$	0,25
	$\Leftrightarrow x > \frac{1}{8}$	0,25
2)	Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi $\begin{cases} m = 9 \\ 1 \neq 2 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow m = 9$	0,25
3)	Gọi AM là đường cao tam giác ABC , tính được $AM = 3 \text{ cm}$	0,5
4)	Thể tích hình nón là $V = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot h$	0,25
	$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \pi 3^2 \cdot 4 = 12\pi \text{ cm}^3$	0,25
Câu 2	Câu 2. (1,5 điểm) Cho biểu thức $Q = \left(\frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} + \frac{x+1}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}+1}{x-1} \right) \cdot \left(\frac{x+25}{x+\sqrt{x}+1} \right)$ với $x > 0; x \neq 1$.	
	1) Rút gọn biểu thức Q . 2) Tìm x để Q có giá trị bằng 10.	
1)	Với đk : $x > 0; x \neq 1$, ta được $Q = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{x+1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot \frac{x+25}{x+\sqrt{x}+1}$	0,25
	$= \left(1 + \frac{x+1}{\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x+25}{x+\sqrt{x}+1}$	0,25

	$= \frac{x+25}{\sqrt{x}}$	0,25
2)	với $x > 0; x \neq 1$, ta có $Q = 10 \Leftrightarrow \frac{x+25}{\sqrt{x}} = 10 \Leftrightarrow x - 10\sqrt{x} + 25 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 5)^2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 5 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow x = 25$	0,25
Câu 3	Câu 3. (2,5 điểm) 1) Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 1 = 0$ (1) với m là tham số. a) Giải phương trình (1) khi $m = 3$. b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 = x_2 + 2$. 2) Giải phương trình sau: $\sqrt{6-x} + \sqrt{x-2} - 2\sqrt{2} = 0$.	
	Với $m = 3$ ta có phương trình $x^2 - 8x + 10 = 0$	0,25
1.a)	Phương trình có $\Delta' = 16 - 10 = 6 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 4 + \sqrt{10}; x_2 = 4 - \sqrt{10}$	0,25
	Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2 - m^2 - 1 = 2m > 0 \Leftrightarrow m > 0$	0,25
1.b)	Theo hệ thức Viét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 + 1 \end{cases}$	0,25
	Mà $x_1 = x_2 + 2$ suy ra $x_2 = m; x_1 = m + 2$	
	Có $x_1 \cdot x_2 = m^2 + 1 \Rightarrow m(m+2) = m^2 + 1$	0,25
	Giải ra và đối chiếu điều kiện ta được $m = \frac{1}{2}$.	0,25
2)	Điều kiện: $2 \leq x \leq 6$	0,25
	Với điều kiện đã cho phương trình $\Leftrightarrow \sqrt{6-x} + \sqrt{x-2} = 2\sqrt{2}$	
	$\Leftrightarrow 6-x+x-2+2\sqrt{(6-x)(x-2)} = 8$	0,25
	$\Leftrightarrow \sqrt{(6-x)(x-2)} = 2 \Leftrightarrow -12+8x-x^2 = 4$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow (x-4)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 4$ thỏa mãn. Vậy phương trình có nghiệm $x = 4$.	0,25

Câu 4	Câu 4. (3,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC ($AB > AC$) nội tiếp đường tròn tâm O đường kính AP. Các đường cao BE và CF cắt nhau tại H. 1) Chứng minh rằng tứ giác $BCEF$ nội tiếp và $AE.AC = AF.AB$. 2) Gọi K, I lần lượt là trung điểm của EF và AH. Chứng minh $AP \perp EF$ và $AP \parallel IK$. 3) Gọi M là giao điểm của IK và BC; N là giao điểm của MH với cung nhỏ AC của đường tròn (O). Chứng minh rằng M là trung điểm của đoạn BC và $\widehat{HMC} = \widehat{HAN}$.	
		
1)	Vì BE, CF là các đường cao của tam giác ABC nên $\widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^\circ$	0,25
	suy ra 4 điểm B, C, E, F cùng thuộc đường tròn đường kính BC hay tứ giác $BCEF$ nội tiếp.	0,25
	Xét hai tam giác AEF và tam giác ABC có $\widehat{AEF} = \widehat{ABC}$ (cùng bù với góc FEC) và có góc A chung, suy ra $\triangle AEF$ và $\triangle ABC$ đồng dạng (g.g).	0,25
	Suy ra $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} \Leftrightarrow AE.AC = AF.AB$	0,25
2)	Kẻ tiếp tuyến At của đường tròn tâm O ta suy ra $AP \perp At$. (1)	
	Khi đó $\widehat{CAt} = \widehat{ABC} = \frac{1}{2} sđ \widehat{AC}$ (2)	0,25
	Tứ giác $BCEF$ nội tiếp nên suy ra $\widehat{AEF} = \widehat{ABC}$ (3)	
	từ (2) và (3) suy ra $\widehat{AEF} = \widehat{CAt}$, suy ra $At \parallel EF$. (4)	
	Từ (1) và (4) suy ra $AP \perp EF$ (5)	0,25
	Ta có E và F cùng nhìn đoạn AH một góc 90° nên tứ giác $AFHE$ nội tiếp đường tròn tâm I đường kính AH, lại có K là trung điểm của dây cung EF suy ra $IK \perp EF$. (6)	0,25
	từ (5) và (6) suy ra IK song song với AP.	0,25
3)	Gọi D là giao điểm của AH và BC Ta có tứ giác $BCEF$ nội tiếp đường tròn đường kính BC, IK là đường trung trực của dây cung EF nên M là trung điểm của BC.	0,25

	Có $BP \parallel CH$ vì cùng vuông góc với AB; $CP \parallel BH$ vì cùng vuông góc với AC Suy ra tứ giác $BPCH$ là hình bình hành nên 3 điểm P, M, H thẳng hàng hay 4 điểm P, M, H, N thẳng hàng.	0,25
	$\Rightarrow \widehat{ANM} = 90^\circ$; mà $\widehat{ADM} = 90^\circ$ suy ra tứ giác $ANDM$ nội tiếp.	0,25
	$\Rightarrow \widehat{NMD} = \widehat{NAD}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{ND}$) hay $\widehat{HMC} = \widehat{HAN}$	0,25
Câu 5	Câu V. (1,0 điểm) 1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2\sqrt{x+2}+3y=3\sqrt{y}+\sqrt{x+2} \\ y^2+x^2+2x=0 \end{cases}$ (1) (2) 2) Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn $xyz = 1$. Chứng minh rằng $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{xz} + \frac{z^2}{xy} \geq 2 \left(\frac{x}{y+z} + \frac{y}{x+z} + \frac{z}{x+y} \right).$	
1	Điều kiện: $\begin{cases} x+2+3y \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \end{cases}$ Xét phương trình (1) có: $2\sqrt{x+2}+3y=3\sqrt{y}+\sqrt{x+2} \Leftrightarrow 4(x+2+3y)=9y+x+2+6\sqrt{y(x+2)}$ $3(x+2)+3y=6\sqrt{(x+2)y} \Leftrightarrow (\sqrt{x+2}-\sqrt{y})^2=0 \Leftrightarrow y=x+2$ Với $y=x+2$, thay vào phương trình (2) ta được: $(x+2)^2+x^2+2x=0$ $\Leftrightarrow 2x^2+6x+4=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=-2 \end{cases}$ + $x=-1 \Rightarrow y=1$ thỏa mãn. + $x=-2 \Rightarrow y=0$ thỏa mãn. Vậy hệ phương trình có hai nghiệm: $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$ và $\begin{cases} x=-2 \\ y=0 \end{cases}$.	0,25
2	Với x, y, z là các số dương và $xyz = 1$ ta có: $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{xz} + \frac{z^2}{xy} \geq 2 \left(\frac{x}{y+z} + \frac{y}{x+z} + \frac{z}{x+y} \right) \Leftrightarrow x^3+y^3+z^3 \geq 2 \left(\frac{x}{y+z} + \frac{y}{x+z} + \frac{z}{x+y} \right)$ Ta có $x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$ và $x^2-xy+y^2 \geq xy$ Suy ra $x^3+y^3 \geq (x+y).xy \Rightarrow x^3+y^3 \geq \frac{x+y}{z}$ Tương tự ta có $y^3+z^3 \geq \frac{y+z}{x}$ và $z^3+x^3 \geq \frac{z+x}{y}$	0,25

	Từ các BĐT trên ta có: $2(x^3 + y^3 + z^3) \geq x\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + y\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{x}\right) + z\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$	
	Mặt khác áp dụng BĐT Côsi cho các số dương ta có $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 2\sqrt{\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y}} = \frac{2}{\sqrt{xy}} \text{ mà } \sqrt{xy} \leq \frac{x+y}{2} \text{ suy ra } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y} \Rightarrow z\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \geq \frac{4z}{x+y}$ Tương tự ta cũng có: $y\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{x}\right) \geq \frac{4y}{z+x}$. $x\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \geq \frac{4x}{y+z}.$ Suy ra $2(x^3 + y^3 + z^3) \geq \frac{4x}{y+z} + \frac{4y}{z+x} + \frac{4z}{x+y} \Rightarrow x^3 + y^3 + z^3 \geq 2\left(\frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y}\right)$ Ta được điều cần chứng minh. Bất đẳng thức xảy ra dấu bằng khi: $x = y = z = 1$.	0,25

Lưu ý:

+ Các cách giải khác đáp án nếu đúng, phù hợp với chương trình THCS, ban giám khảo thống nhất cho điểm thành phần tương ứng.

_____HẾT_____