

Bài 1. (1,0 điểm)

a) Tính giá trị biểu thức: $A = \sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} - \sqrt{16+6\sqrt{7}}$

b) Rút gọn biểu thức $B = \frac{x+\sqrt{x}}{1-x} + \frac{(\sqrt{x}-2)^2 - \sqrt{x} - x}{1-\sqrt{x}}$ (Với $x \geq 0, x \neq 1$)

Bài 2. (1,0 điểm)

a) Giải phương trình: $x - \sqrt{2x+3} = 0$

b) Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{x}{a} - y = \frac{2}{b} \\ x - \frac{y}{b} = -\frac{1}{a} \end{cases}$$

Tìm a và b biết hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (3; 2)$.

Bài 3. (1,5 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$

a) Vẽ (P) .

b) Tìm m để đường thẳng $(d): y = (m-1)x + m + 4$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt nằm về hai phía của trục tung.

Bài 4. (1,5 điểm) Theo các chuyên gia về sức khỏe, người trưởng thành cần đi bộ từ 5000 bước mỗi ngày sẽ rất tốt cho sức khỏe.

Để rèn luyện sức khỏe, anh Sơn và chị Hà đề ra mục tiêu mỗi ngày một người phải đi bộ ít nhất 6000 bước. Hai người cùng đi bộ ở công viên và thấy rằng, nếu cùng đi trong 2 phút thì anh Sơn bước nhiều hơn chị Hà 20 bước. Hai người cùng giữ nguyên tốc độ như vậy nhưng chị Hà đi trong 5 phút thì lại nhiều hơn anh Sơn đi trong 3 phút là 160 bước. Hỏi mỗi ngày anh Sơn và chị Hà cùng đi bộ trong 1 giờ thì họ đã đạt được số bước tối thiểu mà mục tiêu đề ra chưa? (Giả sử tốc độ đi bộ hằng ngày của hai người không đổi).

Bài 5. (1,5 điểm) Cho phương trình: $x^2 + (2m-1)x + m^2 - 4m + 7 = 0$. (m là tham số)

a) Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm.

b) Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm âm phân biệt.

Bài 6. (3,5 điểm) Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O . Hai tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại M , tia AM cắt đường tròn (O) tại điểm D .

a) Chứng minh rằng tứ giác $OBMC$ nội tiếp được đường tròn.

b) Chứng minh $MB^2 = MD \cdot MA$

c) Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng AD ; tia CE cắt đường tròn (O) tại điểm F .

Chứng minh rằng: $BF \parallel AM$.

===== **Hết** =====

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1. (1,0 điểm)

a) Tính giá trị biểu thức: $A = \sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} - \sqrt{16+6\sqrt{7}}$

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} - \sqrt{16+6\sqrt{7}} \\ &= |\sqrt{7}-3| - \sqrt{3^2+2.3\sqrt{7}+(\sqrt{7})^2} \\ &= 3-\sqrt{7} - \sqrt{(3+\sqrt{7})^2} \\ &= 3-\sqrt{7} - 3-\sqrt{7} \\ &= -2\sqrt{7} \end{aligned}$$

Vậy $A = -2\sqrt{7}$.

b) Rút gọn biểu thức $B = \frac{x+\sqrt{x}}{1-x} + \frac{(\sqrt{x}-2)^2 - \sqrt{x} - x}{1-\sqrt{x}}$ (Với $x \geq 0, x \neq 1$)

$$\begin{aligned} B &= \frac{x+\sqrt{x}}{1-x} + \frac{(\sqrt{x}-2)^2 - \sqrt{x} - x}{1-\sqrt{x}} \quad (\text{ĐKXD: } x \geq 0, x \neq 1) \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})} + \frac{x-4\sqrt{x}+4-\sqrt{x}-x}{1-\sqrt{x}} \\ &= \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} + \frac{-5\sqrt{x}+4}{1-\sqrt{x}} \\ &= \frac{-4\sqrt{x}+4}{1-\sqrt{x}} = \frac{4(1-\sqrt{x})}{1-\sqrt{x}} \\ &= 4 \end{aligned}$$

Vậy $B = 4$.

Bài 2. (1,0 điểm)

a) Giải phương trình: $x - \sqrt{2x+3} = 0$

$$\text{ĐKXD: } x \geq -\frac{3}{2}$$

$$x - \sqrt{2x+3} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{2x+3} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = 2x+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 2x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ (x-3)(x+1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = 3 \\ x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{3\}$.

b) Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{x}{a} - y = \frac{2}{b} \\ x - \frac{y}{b} = -\frac{1}{a} \end{cases}$$

Tìm a và b biết hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (3; 2)$.

Điều kiện: $a \neq 0; b \neq 0$

Hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (3; 2)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{3}{a} - 2 = \frac{2}{b} \\ 3 - \frac{2}{b} = -\frac{1}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{a} - \frac{2}{b} = 2 \\ \frac{1}{a} - \frac{2}{b} = -3 \end{cases}$$

Đặt $u = \frac{1}{a}; v = \frac{1}{b}$. Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} 3u - 2v = 2 \\ u - 2v = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u = 5 \\ u - 2v = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{5}{2} \\ v = \frac{u+3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{5}{2} \\ v = \frac{11}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} = \frac{5}{2} \\ \frac{1}{b} = \frac{11}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{5} (tm) \\ b = \frac{4}{11} (tm) \end{cases}$$

Vậy $a = \frac{2}{5}; b = \frac{4}{11}$.

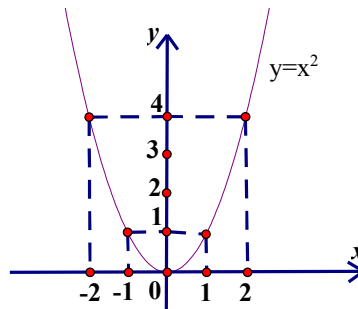
Bài 3. (1,5 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$

a) Vẽ (P) .

Ta có bảng giá trị:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Vậy đồ thị hàm số $(P): y = x^2$ là đường cong đi qua các điểm $(-2; 4), (-1; 1), (0; 0), (1; 1)$ và $(2; 4)$.



b) Tìm m để đường thẳng $(d): y = (m-1)x + m + 4$ cắt (P) tại hai điểm phân biệt nằm về hai phía của trục tung.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $(d): y = (m-1)x + m + 4$ và

$(P): y = x^2$, có:

$$(m-1)x + m + 4 = x^2 \Leftrightarrow x^2 - (m-1)x - m - 4 = 0 (*)$$

Đường thẳng (d) cắt đồ thị hàm số (P) tại hai điểm phân biệt nằm về hai phía của trục tung

$$\Leftrightarrow (*) \text{ có hai nghiệm trái dấu } \Leftrightarrow 1 \cdot (-m-4) < 0 \Leftrightarrow -m-4 < 0 \Leftrightarrow m > -4$$

Vậy $m > -4$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Bài 4. (1,5 điểm) Theo các chuyên gia về sức khỏe, người trưởng thành cần đi bộ từ 5000 bước mỗi ngày sẽ rất tốt cho sức khỏe.

Để rèn luyện sức khỏe, anh Sơn và chị Hà đề ra mục tiêu mỗi ngày một người phải đi bộ ít nhất

6000 bước. Hai người cùng đi bộ ở công viên và thấy rằng, nếu cùng đi trong 2 phút thì anh Sơn bước nhiều hơn chị Hà 20 bước. Hai người cùng giữ nguyên tốc độ như vậy nhưng chị Hà đi trong 5 phút thì lại nhiều hơn anh Sơn đi trong 3 phút là 160 bước. Hỏi mỗi ngày anh Sơn và chị Hà cùng đi bộ trong 1 giờ thì họ đã đạt được số bước tối thiểu mà mục tiêu đề ra chưa? (Giả sử tốc độ đi bộ hằng ngày của hai người không đổi).

Giải

- Gọi số bước anh Sơn đi bộ trong 1 phút là x (bước) ($x \in \mathbb{N}^*$)
- Số bước chị Hà đi trong 1 phút là y (bước)
- Vì nếu cùng đi trong 2 phút thì anh Sơn bước nhiều hơn chị Hà 20 bước nên ta có phương trình:

$$2x - 2y = 20 \Leftrightarrow x - y = 10 \quad (1)$$

- Vì chị Hà đi trong 5 phút thì lại nhiều hơn anh Sơn đi trong 3 phút là 160 bước nên ta có phương trình:

$$5y - 3x = 160 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - y = 10 \\ 5y - 3x = 160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 10 \\ -3x + 5y = 160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 3y = 30 \\ -3x + 5y = 160 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 10 \\ 2y = 190 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 10 \\ y = 95 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 105 \\ y = 95 \end{cases} \quad (tm)$$

Vậy mỗi ngày số bước anh Sơn đi bộ trong 1 giờ là: $105.60 = 6300$ (bước)

Và mỗi ngày số bước chị Hà đi bộ trong 1 giờ là: $95.60 = 5700$ (bước)

Bài 5. (1,5 điểm) Cho phương trình: $x^2 + (2m - 1)x + m^2 - 4m + 7 = 0$. (m là tham số)

- a) Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm.

Xét phương trình $x^2 + (2m - 1)x + m^2 - 4m + 7 = 0$

Phương trình đã cho có nghiệm

$$\Leftrightarrow \Delta \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (2m - 1)^2 - 4(m^2 - 4m + 7) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 4m + 1 - 4m^2 + 16m - 28 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 12m \geq 27$$

$$\Leftrightarrow m \geq \frac{9}{4}$$

Vậy với $m \geq \frac{9}{4}$ thì phương trình đã cho có nghiệm.

- b) Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm âm phân biệt.

$$\text{Phương trình đã cho có hai nghiệm âm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ \frac{-b}{a} < 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{9}{4} \\ -(2m - 1) < 0 \\ m^2 - 4m + 7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{9}{4} \\ 2m - 1 > 0 \\ (m^2 - 4m + 4) + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{9}{4} \\ m < \frac{1}{2} \\ (m - 2)^2 + 3 > 0 \forall m \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{9}{4}$$

Vậy $m > \frac{9}{4}$ thỏa mãn đề bài.

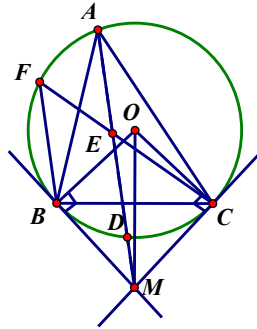
Bài 6. (3,5 điểm) Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn tâm O . Hai tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại M , tia AM cắt đường tròn (O) tại điểm D .

a) Chứng minh rằng tứ giác $OBMC$ nội tiếp được đường tròn.

b) Chứng minh $MB^2 = MD.MA$

c) Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng AD ; tia CE cắt đường tròn (O) tại điểm F .

Chứng minh rằng: $BF \parallel AM$.



a) Xét (O) có: MB, MC là các tiếp tuyến của đường tròn (O) nên:

$$\widehat{MBO} = 90^\circ; \widehat{MCO} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{MBO} + \widehat{MCO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \\ \Rightarrow OBMC \text{ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính } OM \text{ (đpcm).}$$

$$\text{b) } \triangle MBD \sim \triangle MAB \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{MB}{MA} = \frac{MD}{MB} \Rightarrow MB^2 = MD.MA \text{ (đpcm)}$$

$$\text{c) } E \text{ là trung điểm của } AD \text{ nên } OE \perp AD \Rightarrow \widehat{OEM} = 90^\circ \\ \text{Tứ giác } OEMC \text{ nội tiếp} \Rightarrow \widehat{CEM} = \widehat{COM} \text{ (cùng chắn } \widehat{MC}) \\ \text{Mà } \widehat{BOM} = \widehat{COM} = \frac{1}{2} \widehat{BC} \text{ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)}$$

$$\text{Và } \widehat{BFC} = \frac{1}{2} \widehat{BC} \text{ (tính chất góc nội tiếp)}$$

$$\Rightarrow \widehat{MEC} = \widehat{BFC} \text{ mà hai góc này ở vị trí đồng vị} \Rightarrow BF \parallel AM \text{ (đpcm).}$$