

Họ tên thí sinh:.....Số báo danh:.....  
Giám thị 1:.....Ký tên.....Giám thị 2: .....Ký  
tên:.....

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO    KÌ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN  
LÂM ĐỒNG                                  NĂM HỌC 2021 – 2022**

Môn thi: **TOÁN – CHUYÊN**

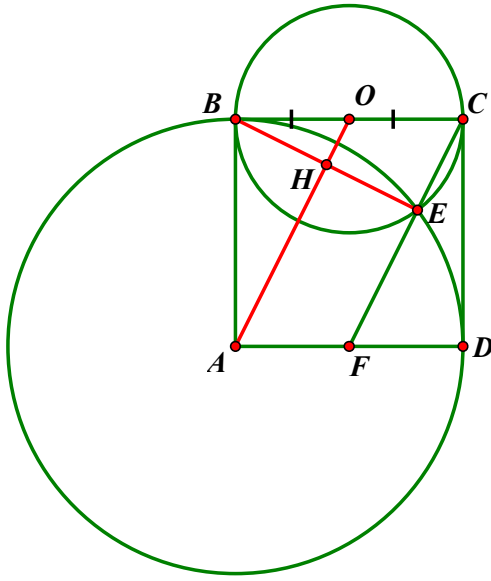
Khóa thi ngày: 9, 10, 11/6/2021

## ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ CHÍNH THỨC

| CÂU                 | HƯỚNG DẪN CHẤM                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | ĐIỂM                                                            |
|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| Câu 1<br>(2,0 điểm) | Tính giá trị biểu thức: $A = \sqrt{4 - \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}} - \sqrt{4 + \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                 |
|                     | <p>- Lập luận : <math>A &lt; 0</math></p> $A^2 = \left( \sqrt{4 - \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}} - \sqrt{4 + \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}} \right)^2$ $= 8 - 2\sqrt{4 - \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}} \cdot \sqrt{4 + \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}}$ $= 8 - 2\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} = 8 - 2\sqrt{(\sqrt{5} + 1)^2}$ $= 8 - 2(\sqrt{5} + 1) = 6 - 2\sqrt{5} = (\sqrt{5} - 1)^2$ $\Rightarrow A = 1 - \sqrt{5}.$                                                                                                                                                                                                              | <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> |
| Câu 2<br>(2,0 điểm) | <b>Cho</b> $B = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2021} + 2^{2022}$ . <b>Chứng minh rằng</b><br>$B + 2$ <b>không phải là số chính phương</b> .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                 |
|                     | <p>- Biến đổi: <math>B = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2021} + 2^{2022}</math><br/> <math>\Leftrightarrow 2B = 2(2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2021} + 2^{2022})</math><br/> <math>\Leftrightarrow 2B = 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2022} + 2^{2023}</math></p> <p>- Tính được:</p> $2B - B = 2^{2023} - 2 \Leftrightarrow B = 2^{2023} - 2$ <p>- Tính được:</p> $B + 2 = 2^{2023} - 2 + 2 = 2^{2023}$ <p>- Lập luận được: Vì <math>2^{2023}</math> là lũy thừa với số mũ lẻ nên <math>2^{2023}</math> không là số chính phương.</p> <p>Vậy <math>B + 2</math> không là số chính phương</p> | <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> |

|                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                 |
|-----------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Câu 3<br/>(2,5 điểm)</p> | <p><b>Cho tam giác <math>ABC</math>, đường cao <math>AH</math> (<math>H \in BC</math>). Biết <math>AC = 10\text{cm}</math>, <math>BC - AB = 2\text{cm}</math> và <math>\widehat{CAH} = 30^\circ</math>. Tính diện tích tam giác <math>ABC</math>.</b></p> <div data-bbox="574 289 1101 632" data-label="Diagram"> </div> <p>- Tính được: <math>CH = AC \cdot \sin 30^\circ = 5\text{cm}</math><br/> <math>AH = AC \cdot \cos 30^\circ = 5\sqrt{3}\text{cm}</math></p> <p>- Viết được: <math>AB^2 - HB^2 = AH^2</math><br/> <math>AB^2 - (BC - 5)^2 = (5\sqrt{3})^2</math></p> <p>- Lập luận : <math>BC - AB = 2\text{cm} \Rightarrow AB = BC - 2</math><br/> <math>\Rightarrow (BC - 2)^2 - (BC - 5)^2 = 75</math><br/> <math>\Leftrightarrow (BC - 2 + BC - 5)(BC - 2 - BC + 5) = 75</math></p> <p>- Tính được: <math>BC = 16\text{cm}</math></p> <p>- Vậy <math>S_{ABC} = \frac{AH \cdot BC}{2} = \frac{5\sqrt{3} \cdot 16}{2} = 40\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}</math></p> | <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> |
| <p>Câu 4<br/>(2,0 điểm)</p> | <p><b>Cho <math>a, b, c</math> là các số nguyên thỏa mãn <math>a + b + 20c = c^3</math>. Chứng minh rằng <math>a^3 + b^3 + c^3</math> chia hết cho 6.</b></p> <p>- Biến đổi được:<br/> <math>a + b + 20c = c^3 \Leftrightarrow a + b + c = c^3 - c - 18c</math><br/> <math>\Leftrightarrow a + b + c = c(c - 1)(c + 1) - 18c</math></p> <p>- Chứng minh được: <math>\Leftrightarrow a + b + c = c(c - 1)(c + 1) - 18c : 6</math></p> <p>- Mặt khác: <math>a^3 + b^3 + c^3 - (a + b + c)</math><br/> <math>= (a - 1)a(a + 1) + (b - 1)b(b + 1) + (c - 1)c(c + 1) : 6</math></p> <p>- Lập luận kết luận <math>a^3 + b^3 + c^3</math> chia hết cho 6</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p>                 |

|                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                        |
|-----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Câu 5<br/>(2,0 điểm)</p> | <p><b>Trường THCS X có 60 giáo viên. Tuổi trung bình của tất cả thầy giáo và cô giáo là 42 tuổi. Biết rằng tuổi trung bình của các thầy giáo là 50, tuổi trung bình của các cô giáo là 38. Hỏi trường THCS X có bao nhiêu thầy giáo, bao nhiêu cô giáo?</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                        |
|                             | <p>- Gọi <math>x</math> và <math>y</math> lần lượt là số cô giáo và số thầy giáo của trường THCS X (<math>x, y \in \mathbb{N}^*</math>; <math>x, y &lt; 60</math>)</p> <p>- Lập luận được pt: <math>x + y = 60</math></p> <p>- Lập luận được pt: <math>\frac{38x + 50y}{60} = 42</math></p> <p>- Giải hệ pt: <math>\begin{cases} x + y = 60 \\ \frac{38x + 50y}{60} = 42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 20 \end{cases}</math></p> <p>- Trả lời: Cô giáo : 40 , thầy giáo : 20</p>                                                                                                                                                                                                                                                                    | <p>0,5 điểm<br/>0,25 điểm<br/><br/>0,5 điểm<br/><br/>0,5 điểm<br/>0,25 điểm</p>        |
| <p>Câu 6<br/>(1,5 điểm)</p> | <p><b>Giải hệ phương trình:</b> <math>\begin{cases} \sqrt{2x - y - 3} + x^2 - 9 = 0 &amp; (1) \\ y^2 - 2xy + 9 = 0. &amp; (2) \end{cases}</math></p> <p>- Điều kiện <math>2x - y - 3 \geq 0</math>,</p> <p>- Phương trình (2) <math>\Leftrightarrow (y - x)^2 = x^2 - 9</math></p> <p>- Phương trình (1) <math>\Leftrightarrow \sqrt{2x - y - 3} + (y - x)^2 = 0</math></p> <p><math>\Rightarrow \begin{cases} 2x - y - 3 = 0 \\ y - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = x \end{cases}</math></p> <p>- Kiểm tra điều kiện và kết luận hệ phương trình có nghiệm (3;3)</p>                                                                                                                                                                            | <p>0,25 điểm<br/><br/>0,25 điểm<br/>0,25 điểm<br/><br/>0,5 điểm<br/><br/>0,25 điểm</p> |
| <p>Câu 7<br/>(2,0 điểm)</p> | <p><b>Cho phương trình:</b> <math>x^2 + (m - 1)x - m^2 - 2 = 0</math> (*) (<math>x</math> là ẩn, <math>m</math> là tham số). <b>Tìm giá trị của <math>m</math> để phương trình có hai nghiệm trái dấu thỏa mãn <math>2 x_1  -  x_2  = 4</math> (biết <math>x_1 &lt; x_2</math>).</b></p> <p>- Lập luận được phương trình (*) có hai nghiệm trái dấu thì <math>P &lt; 0</math><br/> <math>ac = 1 \cdot (-m^2 - 2) &lt; 0</math> nên phương trình có hai nghiệm trái dấu với mọi giá trị <math>m</math>.</p> <p>- Do phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt trái dấu và <math>x_1 &lt; x_2</math><br/> Suy ra <math>x_1 &lt; 0, x_2 &gt; 0 \Rightarrow  x_1  = -x_1,  x_2  = x_2</math><br/> do đó từ gt: <math>2 x_1  -  x_2  = 4 \Rightarrow -2x_1 - x_2 = 4</math> (1)</p> | <p>0,5 điểm<br/><br/><br/><br/><br/><br/><br/><br/><br/>0,5 điểm</p>                   |

|                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                 |
|-----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
|                             | <p>- Theo định lí Viet ta có: <math>\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - m &amp; (2) \\ x_1 \cdot x_2 = -m^2 - 2 &amp; (3) \end{cases}</math></p> <p>- Giải hệ <math>\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - m &amp; (2) \\ -2x_1 - x_2 = 4 &amp; (1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = m - 5 \\ x_2 = 6 - 2m \end{cases}</math></p> <p>Mà <math>x_1 &lt; 0 &lt; x_2</math> nên ta được <math>m &lt; 3</math>.</p> <p>- Thay <math>x_1 = m - 5</math>, <math>x_2 = 6 - 2m</math> vào (3) ta được phương trình:<br/> <math>(m - 5)(6 - 2m) = -m^2 - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 14 \end{cases}</math>.</p> <p>- Kết hợp <math>m &lt; 3</math> ta được <math>m = 2</math> thỏa yêu cầu bài toán.</p>                                                                                                                                                                                                                    | <p>0,25 điểm</p> <p>0,25 điểm</p> <p>0,25 điểm</p> <p>0,25 điểm</p>             |
| <p>Câu 8<br/>(2,5 điểm)</p> | <p><b>Cho hình vuông <math>ABCD</math>. Vẽ đường tròn tâm <math>O</math> đường kính <math>BC</math> và đường tròn <math>(A; AB)</math> chúng cắt nhau tại một điểm thứ hai là <math>E</math> (<math>E</math> khác <math>B</math>). Tia <math>CE</math> cắt <math>AD</math> tại điểm <math>F</math>. Chứng minh rằng <math>F</math> là trung điểm của <math>AD</math>.</b></p>  <p>- Kẻ đoạn nối tâm <math>OA</math> và dây chung <math>BE \Rightarrow OA \perp BE</math></p> <p>- Chứng minh được: <math>BE \perp CF</math></p> <p>- Chứng minh được: <math>OA \parallel CF</math></p> <p>- Chứng minh được tứ giác <math>AOCF</math> là hình bình hành <math>\Rightarrow OC = FA</math>.</p> <p>- Lập luận: từ <math>OC = \frac{BC}{2} = \frac{AD}{2} \Rightarrow AF = \frac{AD}{2} \Rightarrow F</math> là trung điểm của <math>AD</math>.</p> | <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> |

|                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |           |
|-----------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <p>Câu 9<br/>(1,5 điểm)</p> | <p><b>Cho</b> <math>a, b, c</math> <b>là các số dương và</b> <math>a + b + c = 6</math>. <b>Tìm giá trị nhỏ nhất biểu thức:</b></p> $P = \frac{a^3}{a^2 + 4ab + b^2} + \frac{b^3}{b^2 + 4bc + c^2} + \frac{c^3}{c^2 + 4ca + a^2}.$                                                                                                                                                                                                                                 |           |
|                             | <p>Với <math>a, b &gt; 0</math>, ta chứng minh <math>\frac{a^3}{a^2 + b^2} \geq a - \frac{b}{2}</math>.</p> <p>- <b>Áp dụng:</b> <math>(a - b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab \Leftrightarrow \frac{-1}{a^2 + b^2} \geq \frac{-1}{2ab}</math></p> <p>Khi đó:</p>                                                                                                                                                                                      | 0,25 điểm |
|                             | $\frac{a^3}{a^2 + b^2} = \frac{a(a^2 + b^2) - ab^2}{a^2 + b^2} = a - \frac{ab^2}{a^2 + b^2} \geq a - \frac{ab^2}{2ab} = a - \frac{b}{2}$ $\Rightarrow \frac{b^3}{b^2 + c^2} \geq b - \frac{c}{2}; \frac{c^3}{c^2 + a^2} \geq c - \frac{a}{2}$ <p>Cộng vế theo vế ba bất đẳng thức trên ta có:</p> $\frac{a^3}{a^2 + b^2} + \frac{b^3}{b^2 + c^2} + \frac{c^3}{c^2 + a^2} \geq \frac{a + b + c}{2}$                                                                 | 0,25 điểm |
|                             | <p>- <b>Áp dụng:</b> <math>(a - b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2(a^2 + b^2) \geq 4ab</math></p> <p>Ta có:</p> $\frac{a^3}{a^2 + 4ab + b^2} \geq \frac{a^3}{a^2 + 2(a^2 + b^2) + b^2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3}{a^2 + b^2};$ $\frac{b^3}{b^2 + 4bc + c^2} \geq \frac{b^3}{b^2 + 2(b^2 + c^2) + c^2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{b^3}{b^2 + c^2};$ $\frac{c^3}{c^2 + 4ac + a^2} \geq \frac{c^3}{c^2 + 2(c^2 + a^2) + a^2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{c^3}{c^2 + a^2}$ | 0,25 điểm |
|                             | <p>Cộng vế theo vế ba bất đẳng thức trên ta có:</p> $\frac{a^3}{a^2 + 4ab + b^2} + \frac{b^3}{b^2 + 4bc + c^2} + \frac{c^3}{c^2 + 4ca + a^2}$ $\geq \frac{1}{3} \left( \frac{a^3}{a^2 + b^2} + \frac{b^3}{b^2 + c^2} + \frac{c^3}{c^2 + a^2} \right) \geq \frac{a + b + c}{6} = 1$ <p>-Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 1, dấu “=” xảy ra khi</p> $a = b = c = 2.$                                                                                                    | 0,25 điểm |
| <p>Câu 10</p>               | <p><b>Cho hình bình hành ABCD có</b> <math>\widehat{BAD} &gt; 90^\circ</math>. <b>Gọi H là chân</b></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |           |

|                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                 |
|--------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| <p>(2,0 điểm )</p> | <p><b>đường vuông góc kẻ từ <math>A</math> đến <math>BC</math>. Đường trung tuyến kẻ từ <math>C</math> của tam giác <math>ABC</math> cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác <math>ABC</math> tại <math>K</math>. Chứng minh rằng bốn điểm <math>K, H, D, C</math> cùng thuộc một đường tròn.</b></p> <div data-bbox="604 373 1075 865" data-label="Image"> </div> <p>Gọi <math>M</math> là trung điểm <math>AB</math>.</p> <p><b>Để chứng minh bốn điểm <math>K, H, D, C</math> cùng thuộc một đường tròn</b>, ta đi chứng minh <math>\widehat{DKH} = \widehat{DCH}</math>.</p> <p>- Chứng minh được: <math>\widehat{DCH} = \widehat{ABC} = \widehat{AKC}</math></p> <p>Khi đó ta đi chứng minh <math>\widehat{DKA} = \widehat{HKM}</math>.</p> <p>Bài toán được hoàn thành nếu ta chứng minh được tam giác <math>DKA</math> đồng dạng tam giác <math>HKM</math>.</p> <p>- Chứng minh được: <math>\widehat{KAD} = \widehat{KMH}</math></p> <p>Ta có: <math>\widehat{KAD} = (180^\circ - \widehat{KAC}) + (180^\circ - \widehat{DAC}) = \widehat{KBC} + \widehat{ACH}</math> mà</p> $\widehat{KMH} = \widehat{MHC} + \widehat{MCH} = \widehat{MBC} + \widehat{MCA} + \widehat{ACH} = \widehat{KBC} + \widehat{ACH}$ <p>Suy ra <math>\widehat{KAD} = \widehat{KMH}</math> (1)</p> <p>- Chứng minh được: <math>\triangle KMA \sim \triangle BMC</math></p> $\Rightarrow \frac{KA}{KM} = \frac{BC}{BM} = \frac{AD}{MH} \Rightarrow \frac{AK}{AD} = \frac{MK}{MH} \quad (2)$ <p>- Từ (1) và (2) suy ra <math>\triangle DKA \sim \triangle HKM \Rightarrow \widehat{DKA} = \widehat{HKM}</math></p> <p>Mà <math>\widehat{DKH} = \widehat{DKA} + \widehat{AKH} = \widehat{HKM} + \widehat{AKH} = \widehat{AKC}</math></p> $\Rightarrow \widehat{DKH} = \widehat{DCH}$ <p><b>Và kết luận bốn điểm <math>K, H, D, C</math> cùng thuộc một đường tròn.</b></p> | <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> <p>0,5 điểm</p> |
|--------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|

(Lưu ý: Học sinh giải cách khác đúng giám khảo phân bước cho điểm tương ứng)

.....**Hết**.....