

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx$ (1), với m là tham số thực.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = -1$.

b) Tìm m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị A và B sao cho đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $\sin 5x + 2\cos^2 x = 1$.

Câu 3 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 - 3xy + 3x - 2y + 1 = 0 \\ 4x^2 - y^2 + x + 4 = \sqrt{2x+y} + \sqrt{x+4y} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 x\sqrt{2-x^2} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) .

Câu 6 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{4}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 4}} - \frac{9}{(a+b)\sqrt{(a+2c)(b+2c)}}.$$

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm): Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)**A. Theo chương trình Chuẩn**

Câu 7.a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thang cân $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc với nhau và $AD = 3BC$. Đường thẳng BD có phương trình $x + 2y - 6 = 0$ và tam giác ABD có trực tâm là $H(-3; 2)$. Tìm tọa độ các đỉnh C và D .

Câu 8.a (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; 5; 0)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y - z - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) . Tìm tọa độ điểm đối xứng của A qua (P) .

Câu 9.a (1,0 điểm). Có hai chiếc hộp chứa bi. Hộp thứ nhất chứa 4 viên bi đỏ và 3 viên bi trắng, hộp thứ hai chứa 2 viên bi đỏ và 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra 1 viên bi, tính xác suất để 2 viên bi được lấy ra có cùng màu.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7.b (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có chân đường cao hạ từ đỉnh A là $H\left(\frac{17}{5}; -\frac{1}{5}\right)$, chân đường phân giác trong của góc A là $D(5; 3)$ và trung điểm của cạnh AB là $M(0; 1)$. Tìm tọa độ đỉnh C .

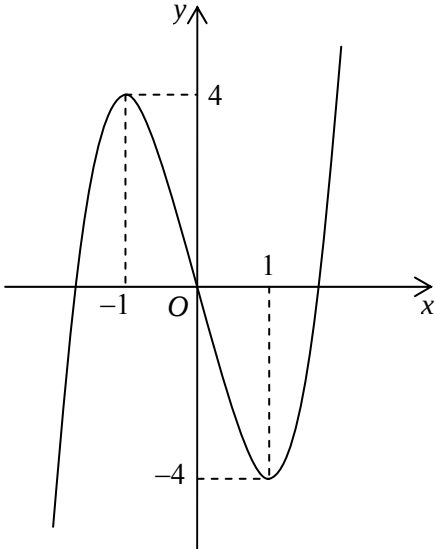
Câu 8.b (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -1; 1)$, $B(-1; 2; 3)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A , vuông góc với hai đường thẳng AB và Δ .

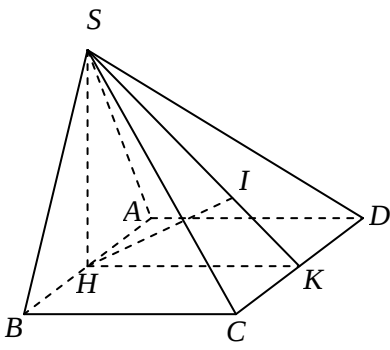
Câu 9.b (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + 2y = 4x - 1 \\ 2\log_3(x-1) - \log_{\sqrt{3}}(y+1) = 0. \end{cases}$$

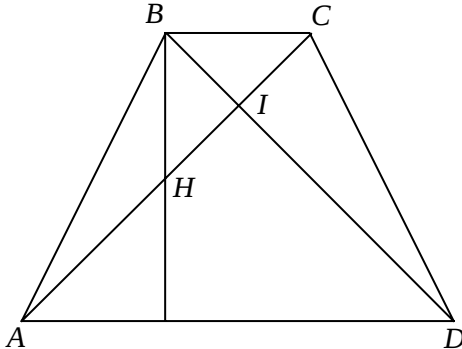
—————Hết—————

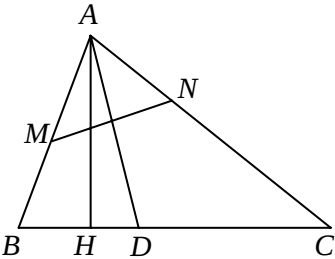
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Câu	Đáp án	Điểm																									
1 (2,0 điểm)	a. (1,0 điểm)																										
	Khi $m = -1$ ta có $y = 2x^3 - 6x$.	0,25																									
	- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. - Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = 6x^2 - 6$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.																										
	Các khoảng đồng biến: $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$; khoảng nghịch biến: $(-1; 1)$. - Cực trị: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1, y_{CT} = -4$; đạt cực đại tại $x = -1, y_{CD} = 4$. - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.		0,25																								
	- Bảng biến thiên:	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>-1</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>4</td><td></td><td>-4</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$	y'		$+$	0	$-$	0	$+$		y	$-\infty$		4		-4		$+\infty$	0,25
	x		$-\infty$		-1		1		$+\infty$																		
	y'		$+$	0	$-$	0	$+$																				
	y	$-\infty$		4		-4		$+\infty$																			
	Đồ thị:		0,25																								
	b. (1,0 điểm)																										
Ta có $y' = 6x^2 - 6(m+1)x + 6m$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = m$.	0,25																										
Điều kiện để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $m \neq 1$.	0,25																										
Ta có $A(1; 3m-1), B(m; -m^3 + 3m^2)$. Hệ số góc của đường thẳng AB là $k = -(m-1)^2$. Đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$ khi và chỉ khi $k = -1$	0,25																										
$\Leftrightarrow m = 0$ hoặc $m = 2$.	0,25																										
Vậy giá trị m cần tìm là $m = 0$ hoặc $m = 2$.																											

Câu	Đáp án	Điểm	
2 (1,0 điểm)	Phương trình đã cho tương đương với $\sin 5x + \cos 2x = 0$	0,25	
	$\Leftrightarrow \cos\left(5x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos 2x$	0,25	
	$\Leftrightarrow 5x + \frac{\pi}{2} = \pm 2x + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$	0,25	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{14} + k\frac{2\pi}{7} \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z}).$	0,25	
3 (1,0 điểm)	$\begin{cases} 2x^2 + y^2 - 3xy + 3x - 2y + 1 = 0 & (1) \\ 4x^2 - y^2 + x + 4 = \sqrt{2x+y} + \sqrt{x+4y} & (2) \end{cases}$ Điều kiện: $2x + y \geq 0, x + 4y \geq 0$. Từ (1) ta được $y = x + 1$ hoặc $y = 2x + 1$.	0,25	
	• Với $y = x + 1$, thay vào (2) ta được $3x^2 - x + 3 = \sqrt{3x+1} + \sqrt{5x+4}$ $\Leftrightarrow 3(x^2 - x) + (x+1 - \sqrt{3x+1}) + (x+2 - \sqrt{5x+4}) = 0$ $\Leftrightarrow (x^2 - x) \left(3 + \frac{1}{x+1+\sqrt{3x+1}} + \frac{1}{x+2+\sqrt{5x+4}} \right) = 0$	0,25	
	$\Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 1$. Khi đó ta được nghiệm $(x; y)$ là $(0; 1)$ và $(1; 2)$.	0,25	
	• Với $y = 2x + 1$, thay vào (2) ta được $3 - 3x = \sqrt{4x+1} + \sqrt{9x+4}$ $\Leftrightarrow 3x + (\sqrt{4x+1} - 1) + (\sqrt{9x+4} - 2) = 0$ $\Leftrightarrow x \left(3 + \frac{4}{\sqrt{4x+1}+1} + \frac{9}{\sqrt{9x+4}+2} \right) = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Khi đó ta được nghiệm $(x; y)$ là $(0; 1)$.	0,25	
	Đối chiếu điều kiện ta được nghiệm $(x; y)$ của hệ đã cho là $(0; 1)$ và $(1; 2)$.		
4 (1,0 điểm)	Đặt $t = \sqrt{2 - x^2} \Rightarrow tdt = -x dx$. Khi $x = 0$ thì $t = \sqrt{2}$, khi $x = 1$ thì $t = 1$.	0,25	
	Suy ra $I = \int_1^{\sqrt{2}} t^2 dt$	0,25	
	$= \frac{t^3}{3} \Big _1^{\sqrt{2}}$	0,25	
	$= \frac{2\sqrt{2} - 1}{3}.$	0,25	
5 (1,0 điểm)		Gọi H là trung điểm của AB , suy ra $SH \perp AB$ và $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.	0,25
		Mà (SAB) vuông góc với $(ABCD)$ theo giao tuyến AB , nên $SH \perp (ABCD)$.	
		Do đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.	0,25
		Do $AB \parallel CD$ và $H \in AB$ nên $d(A, (SCD)) = d(H, (SCD))$.	
		Gọi K là trung điểm của CD và I là hình chiếu vuông góc của H trên SK . Ta có $HK \perp CD$. Mà $SH \perp CD \Rightarrow CD \perp (SHK) \Rightarrow CD \perp HI$. Do đó $HI \perp (SCD)$.	0,25
		Suy ra $d(A, (SCD)) = HI = \frac{SH \cdot HK}{\sqrt{SH^2 + HK^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.	0,25

Câu	Đáp án	Điểm											
6 (1,0 điểm)	Ta có: $(a+b)\sqrt{(a+2c)(b+2c)} \leq (a+b) \frac{a+b+4c}{2} = \frac{a^2+b^2+2ab+4ac+4bc}{2} \leq 2(a^2+b^2+c^2)$.	0,25											
	Đặt $t = \sqrt{a^2+b^2+c^2+4}$, suy ra $t > 2$ và $P \leq \frac{4}{t} - \frac{9}{2(t^2-4)}$.												
	Xét $f(t) = \frac{4}{t} - \frac{9}{2(t^2-4)}$, với $t > 2$. Ta có $f'(t) = -\frac{4}{t^2} + \frac{9t}{(t^2-4)^2} = \frac{-(t-4)(4t^3+7t^2-4t-16)}{t^2(t^2-4)^2}$.	0,25											
	Với $t > 2$ ta có $4t^3+7t^2-4t-16 = 4(t^3-4) + t(7t-4) > 0$. Do đó $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4$.												
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>t</td><td>2</td><td>4</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(t)$</td><td></td><td>+</td><td>0</td></tr><tr><td>$f(t)$</td><td></td><td></td><td>$\frac{5}{8}$</td></tr></table> Từ bảng biến thiên ta được $P \leq \frac{5}{8}$.	t	2	4	$+\infty$	$f'(t)$		+	0	$f(t)$			$\frac{5}{8}$
t	2	4	$+\infty$										
$f'(t)$		+	0										
$f(t)$			$\frac{5}{8}$										
	Khi $a = b = c = 2$ ta có $P = \frac{5}{8}$. Vậy giá trị lớn nhất của P là $\frac{5}{8}$.	0,25											
7.a (1,0 điểm)		Gọi I là giao điểm của AC và $BD \Rightarrow IB = IC$. Mà $IB \perp IC$ nên $\triangle IBC$ vuông cân tại $I \Rightarrow \widehat{ICB} = 45^\circ$. $BH \perp AD \Rightarrow BH \perp BC \Rightarrow \triangle HBC$ vuông cân tại B $\Rightarrow I$ là trung điểm của đoạn thẳng HC.	0,25										
		Do $CH \perp BD$ và trung điểm I của CH thuộc BD nên tọa độ điểm C thỏa mãn hệ $\begin{cases} 2(x+3) - (y-2) = 0 \\ \frac{x-3}{2} + 2\left(\frac{y+2}{2}\right) - 6 = 0. \end{cases}$	0,25										
		Do đó $C(-1; 6)$.											
		Ta có $\frac{IC}{ID} = \frac{IB}{ID} = \frac{BC}{AD} = \frac{1}{3} \Rightarrow ID = 3IC \Rightarrow CD = \sqrt{IC^2 + ID^2} = IC\sqrt{10} = \frac{CH\sqrt{10}}{2} = 5\sqrt{2}$.	0,25										
		Ta có $D(6-2t; t)$ và $CD = 5\sqrt{2}$ suy ra $(7-2t)^2 + (t-6)^2 = 50 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=7. \end{cases}$ Do đó $D(4; 1)$ hoặc $D(-8; 7)$.	0,25										
8.a (1,0 điểm)	(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 3; -1)$.	0,25											
	Đường thẳng Δ qua A và vuông góc với (P) nhận $\vec{n}$ làm vectơ chỉ phương, nên có phương trình $\frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z}{-1}.$	0,25											
	Gọi B là điểm đối xứng của A qua (P) , suy ra B thuộc Δ . Do đó $B(3+2t; 5+3t; -t)$.	0,25											
	Trung điểm của đoạn thẳng AB thuộc (P) nên $2(3+t) + 3\left(\frac{10+3t}{2}\right) - \left(\frac{-t}{2}\right) - 7 = 0 \Leftrightarrow t = -2$.	0,25											
	Do đó $B(-1; -1; 2)$.												
9.a (1,0 điểm)	Số cách chọn 2 viên bi, mỗi viên từ một hộp là: $7.6 = 42$.	0,25											
	Số cách chọn 2 viên bi đỏ, mỗi viên từ một hộp là: $4.2 = 8$.	0,25											
	Số cách chọn 2 viên bi trắng, mỗi viên từ một hộp là: $3.4 = 12$.	0,25											
	Xác suất để 2 viên bi được lấy ra có cùng màu là: $p = \frac{8+12}{42} = \frac{10}{21}$.	0,25											

Câu	Đáp án	Điểm
7.b (1,0 điểm) 	Ta có $H \in AH$ và $AH \perp HD$ nên AH có phương trình: $x+2y-3=0$. Do đó $A(3-2a; a)$.	0,25
	Do M là trung điểm của AB nên $MA = MH$. Suy ra $(3-2a)^2 + (a-1)^2 = 13 \Leftrightarrow a=3$ hoặc $a=-\frac{1}{5}$.	0,25
	Do A khác H nên $A(-3;3)$. Phương trình đường thẳng AD là $y-3=0$. Gọi N là điểm đối xứng của M qua AD. Suy ra $N \in AC$ và tọa độ điểm N thỏa mãn hệ $\begin{cases} \frac{1+y}{2}-3=0 \\ 1.x+0.(y-1)=0 \end{cases} \Rightarrow N(0;5).$	0,25
	Đường thẳng AC có phương trình: $2x-3y+15=0$. Đường thẳng BC có phương trình: $2x-y-7=0$. Suy ra tọa độ điểm C thỏa mãn hệ: $\begin{cases} 2x-y-7=0 \\ 2x-3y+15=0 \end{cases}$. Do đó $C(9;11)$.	0,25
8.b (1,0 điểm)	Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;3;2)$, vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(-2;1;3)$.	0,25
	Đường thẳng vuông góc với AB và Δ, có vectơ chỉ phương là $\vec{v}=[\overrightarrow{AB}, \vec{u}]$.	0,25
	Suy ra $\vec{v}=(7; 2; 4)$.	0,25
	Đường thẳng đi qua A, vuông góc với AB và Δ có phương trình là: $\frac{x-1}{7}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{4}$.	0,25
9.b (1,0 điểm)	Điều kiện: $x>1; y>-1$. Hệ đã cho tương đương với $\begin{cases} x^2+2y=4x-1 \\ \log_3(x-1)=\log_3(y+1) \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2x-3=0 \\ y=x-2 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-1, y=-3 \\ x=3, y=1 \end{cases}$	0,25
	Đối chiếu điều kiện ta được nghiệm $(x; y)$ của hệ đã cho là $(3;1)$.	0,25

----- Hết -----