BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2015**

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (1,0 *điểm*). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x$.

Câu 2 (1,0 *điểm*). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \dfrac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$.

Câu 3 (1,0 *điểm*).

a) Cho số phức z thỏa mãn $(1 - i)\,z - 1 + 5i = 0$. Tìm phần thực và phần ảo của z.

b) Giải phương trình $\log_2(x^2 + x + 2) = 3$.

Câu 4 (1,0 *điểm*). Tính tích phân $I = \displaystyle\int_0^1 (x - 3)e^x \,\mathrm{d}x$.

Câu 5 (1,0 *điểm*). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -2; 1)$, $B(2; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AB và tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (P).

Câu 6 (1,0 *điểm*).

a) Tính giá trị của biểu thức $P = (1 - 3\cos 2\alpha)(2 + 3\cos 2\alpha)$, biết $\sin\alpha = \dfrac{2}{3}$.

b) Trong đợt ứng phó dịch MERS-CoV, Sở Y tế thành phố đã chọn ngẫu nhiên 3 đội phòng chống dịch cơ động trong số 5 đội của Trung tâm y tế dự phòng thành phố và 20 đội của các Trung tâm y tế cơ sở để kiểm tra công tác chuẩn bị. Tính xác suất để có ít nhất 2 đội của các Trung tâm y tế cơ sở được chọn.

Câu 7 (1,0 *điểm*). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $45°$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB, AC.

Câu 8 (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh BC; D là điểm đối xứng của B qua H; K là hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng AD. Giả sử $H(-5; -5)$, $K(9; -3)$ và trung điểm của cạnh AC thuộc đường thẳng $x - y + 10 = 0$. Tìm tọa độ điểm A.

Câu 9 (1,0 *điểm*). Giải phương trình $\dfrac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 2x + 3} = (x + 1)\left(\sqrt{x + 2} - 2\right)$ trên tập số thực.

Câu 10 (1,0 *điểm*). Cho các số thực a, b, c thuộc đoạn $[1; 3]$ và thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 6$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 12abc + 72}{ab + bc + ca} - \frac{1}{2}abc.$$

————**Hết**————

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: ....; Số báo danh: ....

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

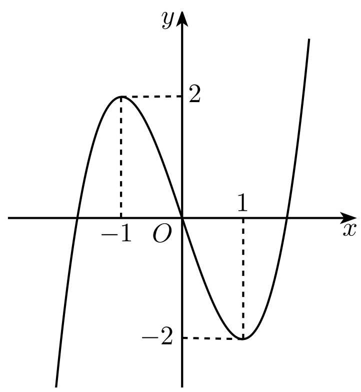
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

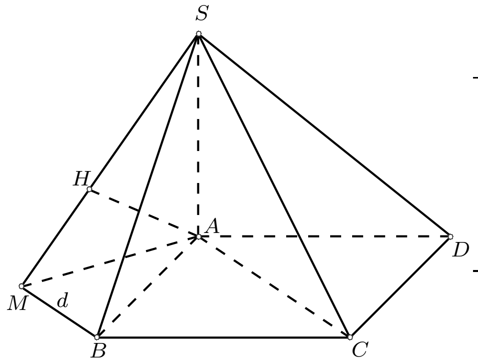
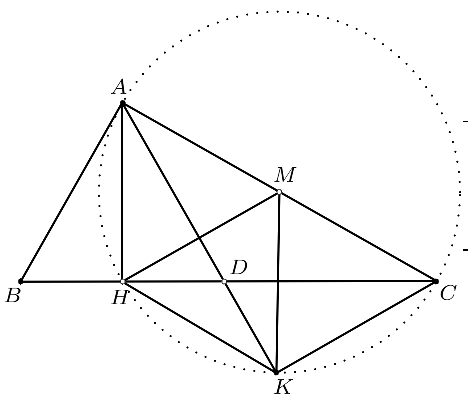
KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2015

ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM

Môn thi: TOÁN

(*Đáp án - Thang điểm gồm 03 trang*)

<table>
<tr><th>Câu</th><th>Đáp án (Trang 01)</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td rowspan="4">1
(1,0đ)</td><td>• Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.
• Sự biến thiên:
- Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Các khoảng đồng biến: $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$; khoảng nghịch biến: $(-1; 1)$.
- Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$, $y_{_{\text{CĐ}}} = 2$; đạt cực tiểu tại $x = 1$, $y_{_{\text{CT}}} = -2$.
- Giới hạn tại vô cực: $\lim\limits_{x \to -\infty} y = -\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>• Bảng biến thiên:
$$\begin{array}{c|ccccccc} x & -\infty & & -1 & & 1 & & +\infty \\ \hline y' & & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline & & & 2 & & & & +\infty \\ y & & \nearrow & & \searrow & & \nearrow & \\ & -\infty & & & & -2 & & \end{array}$$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>• Đồ thị:
</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2
(1,0đ)</td><td>Ta có $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[1; 3]$; $f'(x) = 1 - \dfrac{4}{x^2}$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Với $x \in [1; 3], f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Ta có $f(1) = 5$, $f(2) = 4$, $f(3) = \dfrac{13}{3}$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ lần lượt là 5 và 4.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="4">3
(1,0đ)</td><td>a) Ta có $(1 - i)z - 1 + 5i = 0 \Leftrightarrow z = 3 - 2i$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Do đó số phức z có phần thực bằng 3, phần ảo bằng -2.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>b) Phương trình đã cho tương đương với $x^2 + x + 2 = 8$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -3. \end{array}\right.$
Vậy nghiệm của phương trình là $x = 2; x = -3$.</td><td>0,25</td></tr>
</table>

Câu	Đáp án (Trang 02)	Điểm
4 (1,0đ)	Đặt $u = x - 3; \mathrm{d}v = e^x \mathrm{d}x$. Suy ra $\mathrm{d}u = \mathrm{d}x; v = e^x$.	0,25
	Khi đó $I = (x-3)e^x\Big\|_0^1 - \int\limits_0^1 e^x \mathrm{d}x$	0,25
	$= (x-3)e^x\Big\|_0^1 - e^x\Big\|_0^1$	0,25
	$= 4 - 3e$.	0,25
5 (1,0đ)	Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;3;2)$.	0,25
	Đường thẳng AB có phương trình $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-1}{2}$.	0,25
	Gọi M là giao điểm của AB và (P). Do M thuộc AB nên $M(1+t; -2+3t; 1+2t)$.	0,25
	M thuộc (P) nên $1 + t - (-2+3t) + 2(1+2t) - 3 = 0$, suy ra $t = -1$. Do đó $M(0; -5; -1)$.	0,25
6 (1,0đ)	a) Ta có $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = \dfrac{1}{9}$.	0,25
	Suy ra $P = \left(1 - \dfrac{1}{3}\right)\left(2 + \dfrac{1}{3}\right) = \dfrac{14}{9}$.	0,25
	b) Số phần tử của không gian mẫu là $\mathbf{C}_{25}^3 = 2300$.	0,25
	Số kết quả thuận lợi cho biến cố "có ít nhất 2 đội của các Trung tâm y tế cơ sở" là $\mathbf{C}_{20}^2.\mathbf{C}_5^1 + \mathbf{C}_{20}^3 = 2090$. Xác suất cần tính là $p = \dfrac{2090}{2300} = \dfrac{209}{230}$.	0,25
7 (1,0đ)	 Ta có $\widehat{SCA} = (SC, \widehat{(ABCD)}) = 45°$, suy ra $SA = AC = \sqrt{2}\,a$.	0,25
	$V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\sqrt{2}\,a.a^2 = \dfrac{\sqrt{2}\,a^3}{3}$.	0,25
	Kẻ đường thẳng d qua B và song song AC. Gọi M là hình chiếu vuông góc của A trên d; H là hình chiếu vuông góc của A trên SM. Ta có $SA \perp BM$, $MA \perp BM$ nên $AH \perp BM$. Suy ra $AH \perp (SBM)$. Do đó $d(AC, SB) = d(A, (SBM)) = AH$.	0,25
	Tam giác SAM vuông tại A, có đường cao AH, nên $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AM^2} = \dfrac{5}{2a^2}$. Vậy $d(AC, SB) = AH = \dfrac{\sqrt{10}\,a}{5}$.	0,25
8 (1,0đ)	 Gọi M là trung điểm AC. Ta có $MH = MK = \dfrac{AC}{2}$, nên M thuộc đường trung trực của HK. Đường trung trực của HK có phương trình $7x + y - 10 = 0$, nên tọa độ của M thỏa mãn hệ $\begin{cases} x - y + 10 = 0 \\ 7x + y - 10 = 0. \end{cases}$ Suy ra $M(0; 10)$.	0,25
	Ta có $\widehat{HKA} = \widehat{HCA} = \widehat{HAB} = \widehat{HAD}$, nên ΔAHK cân tại H, suy ra $HA = HK$. Mà $MA = MK$, nên A đối xứng với K qua MH.	0,25
	Ta có $\overrightarrow{MH} = (5; 15)$; đường thẳng MH có phương trình $3x - y + 10 = 0$. Trung điểm AK thuộc MH và $AK \perp MH$ nên tọa độ điểm A thỏa mãn hệ $\begin{cases} 3\left(\dfrac{x+9}{2}\right) - \left(\dfrac{y-3}{2}\right) + 10 = 0 \\ (x-9) + 3(y+3) = 0. \end{cases}$	0,25
	Suy ra $A(-15; 5)$.	0,25

Câu	Đáp án (Trang 03)	Điểm
9 (1,0đ)	Điều kiện: $x \geqslant -2$. Phương trình đã cho tương đương với $\dfrac{(x-2)(x+4)}{x^2-2x+3} = \dfrac{(x+1)(x-2)}{\sqrt{x+2}+2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ \dfrac{x+4}{x^2-2x+3} = \dfrac{x+1}{\sqrt{x+2}+2} \quad (1). \end{array}\right.$	0,25
	Ta có $(1) \Leftrightarrow (x+4)(\sqrt{x+2}+2) = (x+1)(x^2-2x+3)$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x+2}+2)[(\sqrt{x+2})^2+2] = [(x-1)+2][(x-1)^2+2] \quad (2)$ Xét hàm số $f(t) = (t+2)(t^2+2)$. Ta có $f'(t) = 3t^2+4t+2$, suy ra $f'(t) > 0, \forall t \in \mathbb{R}$, nên $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.	0,25
	Do đó $(2) \Leftrightarrow f(\sqrt{x+2}) = f(x-1) \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = x-1 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \geqslant 1 \\ x^2-3x-1=0 \end{array}\right.$	0,25
	$\Leftrightarrow x = \dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$. Đối chiếu điều kiện, ta được nghiệm của phương trình đã cho là $x=2$; $x = \dfrac{3+\sqrt{13}}{2}$.	0,25
10 (1,0đ)	Đặt $t = ab+bc+ca$. Ta có $36 = (a+b+c)^2 = \dfrac{1}{2}\left[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right] + 3t \geqslant 3t$. Suy ra $t \leqslant 12$. Mặt khác, $(a-1)(b-1)(c-1) \geqslant 0$, nên $abc \geqslant ab+bc+ca-5 = t-5$; và $(3-a)(3-b)(3-c) \geqslant 0$, nên $3t = 3(ab+bc+ca) \geqslant abc+27 \geqslant t+22$. Suy ra $t \geqslant 11$. Vậy $t \in [11;12]$.	0,25
	Khi đó $P = \dfrac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+2abc(a+b+c)+72}{ab+bc+ca} - \dfrac{abc}{2}$ $= \dfrac{(ab+bc+ca)^2+72}{ab+bc+ca} - \dfrac{abc}{2} \leqslant \dfrac{t^2+72}{t} - \dfrac{t-5}{2} = \dfrac{t^2+5t+144}{2t}$.	0,25
	Xét hàm số $f(t) = \dfrac{t^2+5t+144}{2t}$, với $t \in [11;12]$. Ta có $f'(t) = \dfrac{t^2-144}{2t^2}$. Do đó $f'(t) \leqslant 0, \forall t \in [11;12]$, nên $f(t)$ nghịch biến trên đoạn $[11,12]$. Suy ra $f(t) \leqslant f(11) = \dfrac{160}{11}$. Do đó $P \leqslant \dfrac{160}{11}$.	0,25
	Ta có $a=1, b=2, c=3$ thỏa mãn điều kiện của bài toán và khi đó $P = \dfrac{160}{11}$. Vậy giá trị lớn nhất của P bằng $\dfrac{160}{11}$.	0,25

———**Hết**———