

1.2 Năm học 2017 - 2018

Câu 1. (1,75 điểm) Cho biểu thức $P = \left(\frac{a + \sqrt{a}}{a\sqrt{a} + a + \sqrt{a} + 1} + \frac{1}{a + 1} \right) : \frac{\sqrt{a} - 1}{a + 1}$, với $a \geq 0$ và $a \neq 1$.

- (a) Rút gọn biểu thức P .
- (b) Tìm các số tự nhiên a khác 1 sao cho biểu thức P nhận giá trị nguyên.

Câu 2. (2 điểm)

(a) Giải phương trình $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) = 24$.

(b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 - 4xy + x + 4y = 2 \\ x^2 - y^2 = -3. \end{cases}$

Câu 3. (1 điểm) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - x - 5 = 0$. Lập một phương trình bậc hai nhận $2x_1 + x_2$ và $x_1 + 2x_2$ làm nghiệm.

Câu 4. (1,5 điểm)

- (a) Tìm các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $x^2 + 2y^2 - 2xy - 4x + 8y + 7 = 0$
- (b) Cho ba số thực không âm a, b, c . Chứng minh

$$ab(b^2 + bc + ca) + bc(c^2 + ca + ab) + ca(a^2 + ab + bc) \leq (ab + bc + ca)(a^2 + b^2 + c^2).$$

Câu 5. (0,75 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ cho ngũ giác lồi $ABCDE$ có các đỉnh A, B, C, D, E đều là điểm nguyên. Chứng minh rằng có ít nhất một điểm nguyên M nằm bên trong hoặc thuộc cạnh của ngũ giác đã cho, với M khác các đỉnh của ngũ giác đã cho. (Một điểm được gọi là điểm nguyên nếu hoành độ và tung độ của điểm đó đều là số nguyên).

Câu 6. (3 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc $\widehat{CAB}, \widehat{ABC}, \widehat{BCA}$ đều là góc nhọn. Đường tròn tâm O đường kính BC cắt hai cạnh AB, AC lần lượt tại hai điểm M, N với M khác B, N khác C . Hai tia phân giác của hai góc $\widehat{CAB}, \widehat{OMN}$ cắt nhau tại điểm P .

- (a) Chứng minh $\widehat{OMN} = \widehat{CAB}$. Chứng minh tứ giác $AMPN$ nội tiếp đường tròn.
- (b) Gọi Q là giao điểm của hai đường tròn ngoại tiếp tam giác BMP và CNP , với Q khác P . Chứng minh ba điểm B, Q, C thẳng hàng.
- (c) Gọi O_1, O_2, O_3 lần lượt là tâm của ba đường tròn ngoại tiếp ba tam giác AMN, BMP, CNP . Chứng minh bốn điểm O, O_1, O_2, O_3 cùng thuộc một đường tròn.