

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN AN GIANG

Khóa ngày 07 - 7 - 2017

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

Môn : TOÁN CHUYÊN

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1. (1,5 điểm)

Cho $x = \frac{13}{\sqrt{19 + 8\sqrt{3}}}$. Tính giá trị của biểu thức $A = x^2 - 8x + 15$.

Câu 2. (1,5 điểm)

Cho hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) có đồ thị là đường thẳng (d) trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Viết theo a và b phương trình đường thẳng (d'). Biết rằng (d) và (d') vuông góc với nhau đồng thời cắt nhau tại một điểm thuộc trục hoành.

Câu 3. (1,5 điểm)

Tìm x, y, z biết :

$$\begin{cases} x^2 + (y - z + 1)^2 = 0 \\ 5y - 3z - 9 = 0 \end{cases}.$$

Câu 4. (1,5 điểm)

Cho hai phương trình bậc hai (m là tham số) :

$$2x^2 + (m - 1)x - 3 = 0; \quad 4x^2 - (m - 7)x - 9 = 0.$$

a. Tìm m để cả hai phương trình đều có nghiệm.

b. Tìm m để hai phương trình đã cho có ít nhất một nghiệm chung.

Câu 5. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O). Biết $\hat{A} = 60^\circ$; $\hat{B}$ và $\hat{C}$ là hai góc nhọn có số đo khác nhau. Vẽ các đường cao BE, CF của tam giác ABC (E, F lần lượt thuộc AC, AB).

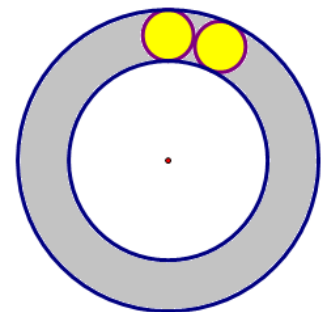
a. Chứng minh rằng $\widehat{BCF} = \widehat{BEF}$.

b. Gọi I là trung điểm của BC . Chứng minh tam giác IEF là tam giác đều.

c. Gọi K là trung điểm của EF . Chứng minh rằng IK song song OA .

Câu 6. (1,0 điểm)

Trong một hình vành khăn với các bán kính đường tròn là $10R$ và $8R$. Xếp các hình tròn bán kính R tiếp xúc với cả hai đường tròn của hình vành khăn sao cho các hình tròn này không chồng lấn nhau. Hỏi xếp được nhiều nhất bao nhiêu hình tròn như thế?

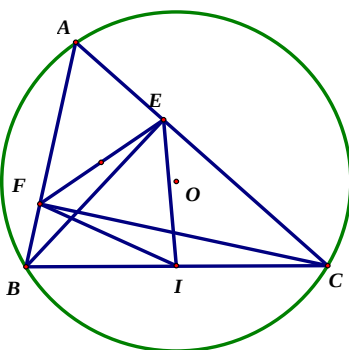
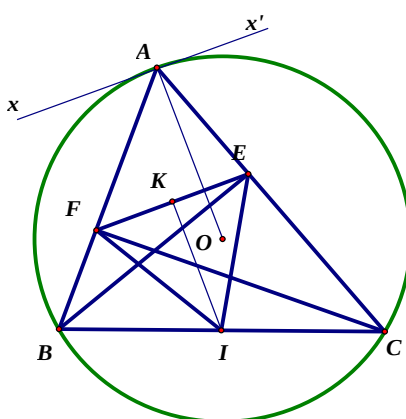


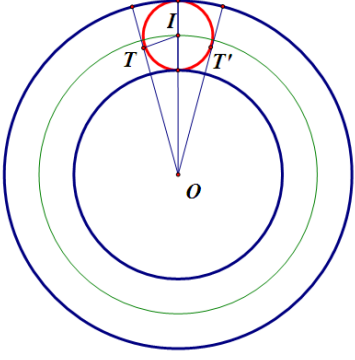
-----Hết-----

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:; Phòng:

A. ĐÁP ÁN

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1	Ta có $19 + 8\sqrt{3} = 16 + 2.4\sqrt{3} + 3 = (4 + \sqrt{3})^2$	0,5
	$\Rightarrow x = \frac{13}{4 + \sqrt{3}} = \frac{13(4 - \sqrt{3})}{16 - 3} = 4 - \sqrt{3}$	0,5
	$\Rightarrow x^2 = (4 - \sqrt{3})^2 = 19 - 8\sqrt{3}$	0,5
Câu 2	Thay vào A ta được $A = 19 - 8\sqrt{3} - 8(4 - \sqrt{3}) + 15 = 19 - 8\sqrt{3} - 32 + 8\sqrt{3} + 15$ $\Rightarrow A = 2$	0,5
	(d): $y = ax + b$ ($a \neq 0$) Giả sử (d'): $y = a'x + b'$ Do (d), (d') vuông góc nhau $\Rightarrow a \cdot a' = -1 \Rightarrow a' = -\frac{1}{a}$ (do $a \neq 0$)	0,5
	Ta lại có : (d) cắt Ox tại điểm có hoành độ $x = -\frac{b}{a}$ (d') cắt Ox tại điểm có hoành độ $x = -\frac{b'}{a'}$ Theo đề bài hai đường thẳng (d); (d') cắt nhau tại điểm thuộc Ox nên $-\frac{b}{a} = -\frac{b'}{a'}$ $\Leftrightarrow b' = \frac{a'b}{a} = \frac{\left(-\frac{1}{a}\right) \cdot b}{a} = -\frac{b}{a^2}$	0,5
Câu 3	Vậy đường thẳng cần tìm có phương trình: $(d'): y = -\frac{1}{a}x - \frac{b}{a^2} = -\frac{1}{a^2}(ax + b)$	0,5
	$\begin{cases} x^2 + (y - z + 1)^2 = 0 \\ 5y - 3z - 9 = 0 \end{cases}$ Do $x^2 \geq 0$; $(y - z + 1)^2 \geq 0$ nên hệ phương trình trở thành $\begin{cases} x^2 = 0 \\ (y - z + 1)^2 = 0 \\ 5y - 3z - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y - z + 1 = 0 \\ 5y - 3z - 9 = 0 \end{cases}$	0,5
	Xét hệ $\begin{cases} y - z + 1 = 0 \\ 5y - 3z - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y - 3z + 3 = 0 \\ 5y - 3z - 9 = 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} y - z + 1 = 0 \\ -2y + 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - z + 1 = 0 \\ y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \\ z = 7 \end{cases}$	0,5
Câu 3	Vậy nghiệm của hệ phương trình là $x = 0$; $y = 6$; $z = 7$	0,25

Câu 4a	Do a, c trái dấu nên cả hai phương trình đều có hai nghiệm phân biệt với mọi số m .	0,5	
Câu 4b	Giả sử cả hai phương trình có nghiệm chung là x_0 khi đó $\begin{cases} 2x_0^2 + (m-1)x_0 - 3 = 0 \\ 4x_0^2 - (m-7)x_0 - 9 = 0 \end{cases}$	0,25	
	$\Rightarrow 6x_0^2 + 6x_0 - 12 = 0$ $\Rightarrow x_0 = 1; x_0 = -2$	0,25	
	$x_0 = 1 \Rightarrow 2 + (m-1) - 3 = 0 \Rightarrow m = 2$ $x_0 = -2 \Rightarrow 8 - 2(m-1) - 3 = 0 \Rightarrow m = \frac{7}{2}$	0,5	
	Vậy $m = 2; m = \frac{7}{2}$ thỏa yêu cầu .		
Câu 5a		Hình vẽ	0,25
	BE là đường cao $\Rightarrow BE \perp EC$ $\Rightarrow \widehat{BEC} = 90^\circ$	0,25	
	CF là đường cao $\Rightarrow BF \perp FC$ $\Rightarrow \widehat{BFC} = 90^\circ$ Vậy E, F cùng nhìn đoạn BC dưới một góc vuông hay tứ giác $BCEF$ nội tiếp trong đường tròn đường kính BC .	0,25	
	$\Rightarrow \widehat{BCF} = \widehat{BEF}$ (góc nội tiếp cùng chắn một cung).	0,25	
Câu 5b	Do tam giác ACF vuông tại F có $\hat{A} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{ECF} = 30^\circ$.	0,25	
	Theo câu a tứ giác $BCEF$ nội tiếp trong đường tròn tâm I $\Rightarrow \widehat{EIF} = 2\widehat{ECF} = 60^\circ$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung) và $IB = IF = IE = IC$	0,25	
	Vậy tam giác IEF đều (tam giác cân có một góc 60°)	0,25	
Câu 5c		Kẻ tiếp tuyến xAx' của đường tròn (O) tại A . (hình vẽ) $\Rightarrow xx' \perp OA$ (1)	0,25
	Mà $\widehat{BAx} = \widehat{ACB}$ $\widehat{AFE} = \widehat{ACB}$ (tứ giác $BFEC$ nội tiếp) $\Rightarrow \widehat{BAx} = \widehat{AFE} \Rightarrow xx' \parallel EF$ (2). (1) và (2) $\Rightarrow OA \perp EF$.	0,5	
	Mặt khác $IK \perp EF$ (do tam giác IEF đều) Vậy OA và IK song song.		
			0,25

Câu 6		Xét hình tròn tâm I tiếp xúc với hai đường tròn tâm O của hình vành khăn. Từ O kẻ hai tiếp tuyến OT và OT' tiếp xúc hình tròn tâm I Ta có $IT = R$; $OI = 9R$ Tam giác OIT vuông tại T $\Rightarrow \sin \widehat{IOT} = \frac{IT}{OI} = \frac{R}{9R} = \frac{1}{9}$	0,25
		$\Rightarrow \widehat{IOT} \approx 6^{\circ}23'$ $\widehat{TOT'} = 2\widehat{IOT} \approx 12^{\circ}46'$	0,25
		Số hình tròn xếp được trong hình vành khăn là: $360^{\circ} : 12^{\circ}46' \approx 28,1984$	0,25
		Vậy có thể xếp được nhiều nhất 28 hình tròn bán kính R tiếp xúc với hai đường tròn của hình vành khăn.	0,25

B. HƯỚNG DẪN CHẤM:

- Học sinh làm cách khác mà đúng vẫn được điểm tối đa.
- Điểm số chia nhỏ tới 0,25 điểm cho từng câu trong đáp án, giám khảo chấm bài không đòi điểm từ phần này qua phần khác.