

Câu 1: (2 điểm)

Cho biểu thức: $A = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}\right)$ Với $x \geq 0$; $x \neq 4$; $x \neq 9$

1) Rút gọn biểu thức A

2) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên

Câu 2: (2 điểm) a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy ; cho ba đường thẳng $(d_1) : y = -5(x+1)$; $(d_2) : y = 3x - 13$; $(d_3) : y = mx + 3$ (Với m là tham số) Tìm tọa độ giao điểm I của hai đường (d_1) và (d_2) với giá trị nào của m thì đường thẳng (d_3) đi qua điểm I ?

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} |x-1| + 2\sqrt{y+2} = 5 \\ 3\sqrt{y+2} - |x-1| = 5 \end{cases}$$

Câu 3: (2 điểm) a) Tìm m để phương trình $(m-1).x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 khác không thỏa mãn điều kiện $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} + \frac{5}{2} = 0$

b) Giải phương trình $x\sqrt{x-2} = 9 - 5x$

Câu 4: (3 điểm) Cho đường tròn (O) với tâm O có bán kính R đường kính AB cố định, M là một điểm di động trên (O) .sao cho M không trùng với các điểm A và B .Lấy C là điểm đối xứng với O qua A .Đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt đường thẳng AM tại N đường thẳng BN cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai E .các đường thẳng BM và CN cắt nhau tại F

a) Chứng minh ba điểm A; E ; F thẳng hàng và tứ giác MENF nội tiếp

b) Chứng minh : $AM .AN = 2R^2$

c)Xác định vị trí của điểm M trên đường tròn (O) để tam giá BNF có diện tích nhỏ nhất

Câu 5: (1 điểm) Cho a; b ; c là độ dài ba cạnh của tam giác .Chứng minh rằng

$$\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} + \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} > 1$$

BÀI GIẢI KỲ THI VÀO LỚP 10 THPT CHUYÊN LAM SƠN
NĂM HỌC 2017-2018
(Dành cho tất cả thí sinh)

Câu	Lời giải
1	1) $A = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}\right)$ $A = \frac{1}{\sqrt{x}+1} : \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3) - (\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2) + \sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$ $A = \frac{1}{\sqrt{x}+1} : \frac{x-9-x+4+\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} = \frac{1}{\sqrt{x}+1} : \frac{\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}$ $A = \frac{1}{\sqrt{x}+1} : \frac{1}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$ 2) $A = \frac{\sqrt{x}+1-3}{\sqrt{x}+1} = 1 - \frac{-3}{\sqrt{x}+1}$ Để A nhận giá trị nguyên khi $\frac{-3}{\sqrt{x}+1}$ đạt giá trị nguyên. Hay $-3 : (\sqrt{x}+1) \Leftrightarrow \sqrt{x}+1$ là ước của -3 Nên $\sqrt{x}+1=1 \Leftrightarrow \sqrt{x}=0 \Leftrightarrow x=0$ thỏa mãn $\sqrt{x}+1=-1 \Leftrightarrow \sqrt{x}=-2 < 0$ không thỏa mãn $\sqrt{x}+1=3 \Leftrightarrow \sqrt{x}=2 \Leftrightarrow x=4$ thỏa mãn $\sqrt{x}+1=-3 \Leftrightarrow \sqrt{x}=-4 < 0$ không thỏa mãn vậy $x=0$ hoặc $x=4$ thì A nhận giá trị nguyên
Câu 2	1) Tọa độ giao điểm I của hai đường (d_1) và (d_2) là nghiệm của hệ $\begin{cases} y = -5x - 5 \\ y = 3x - 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 13 = -5x - 5 \\ y = 3x - 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x = 8 \\ y = 3x - 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 - 13 = -10 \end{cases}$ vậy tọa độ giao điểm I của hai đường (d_1) và (d_2) là $I(1; -10)$ đường thẳng (d_3) đi qua điểm I khi tọa độ của I là $x=1$ và $y=-10$ thỏa mãn công thức $y=mx+3$ thay vào ta có : $-10=m.1+3 \Leftrightarrow m=-13$ Vậy với $m=-13$ thì đường thẳng (d_3) đi qua điểm I 2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-1 +2\sqrt{y+2}=5 \\ 3\sqrt{y+2}- x-1 =5 \end{cases}$ đặt $A= x-1 \geq 0; B=\sqrt{y+2} \geq 0$ Ta có $\begin{cases} A+2B=5 \\ 3B-A=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A+2B=5 \\ -A+3B=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A+2B=5 \\ 5B=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A=1 \\ B=2 \end{cases}$ Thỏa mãn $\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 =1 \\ \sqrt{y+2}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 =1 \\ y+2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x-1=1 \\ x-1=-1 \end{cases} \\ y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x=2 \\ x=0 \end{cases} \\ y=2 \end{cases}$ vậy $(x;y) = \{(x;2); (0;2)\}$ là nghiệm của hệ
Câu 3	để phương trình $(m-1).x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ m-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - (m-1)(m-2) > 0 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - (m^2 - 3m + 2) > 0 \\ m \neq 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3m-2 > 0 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{3} \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{2}{3}$ theo vi ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2m}{m-1} \\ x_1 x_2 = \frac{m+2}{m-1} \end{cases}$

$$\text{mà } \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} + \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 \cdot x_2} + \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1 \cdot x_2} + \frac{5}{2} = 0$$

$$\frac{\left(\frac{2m}{m-1}\right)^2 - 2 \cdot \frac{m+2}{m-1} + \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{4m^2}{(m-1)^2} - 2 \cdot \frac{(m+2)(m-1)}{(m-1)^2} + \frac{5}{2} = 0$$

$$\frac{\frac{m+2}{m-1}}{\frac{m+2}{m-1}} + \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{4m^2 - 2m^2 - 2m + 4}{(m-1)^2} + \frac{5}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2m^2 - 2m + 4}{(m-1)^2} + \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{(2m^2 - 2m + 4)}{(m-1)(m+2)} + \frac{5}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(4m^2 - 4m + 8) + 5(m^2 + m - 2)}{2 \cdot (m-1)(m+2)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4m^2 - 4m + 8 + 5m^2 + 5m - 10}{2 \cdot (m-1)(m+2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{9m^2 + m - 2}{2 \cdot (m-1)(m+2)} = 0 \text{ ta có } m \neq 1; m \neq 2$$

$$m_1 = \frac{-1 + \sqrt{73}}{18} \text{ hoặc } m_2 = \frac{-1 - \sqrt{73}}{18} \text{ thỏa mãn}$$

b) Giải phương trình $x \sqrt{x-2} = 9 - 5x$
đặt $t = \sqrt{x-2} \geq 0 \Leftrightarrow x = t^2 + 2 \Leftrightarrow (t^2 + 2) \cdot t = 9 - 5(t^2 + 2)$
 $\Leftrightarrow t^3 + 2t + 5t^2 + 10 - 9 = 0 \Leftrightarrow t^3 + 5t^2 + 2t + 1 = 0$
 $\Leftrightarrow t^3 + 4t^2 + 4t + t^2 - 2t + 1 = 0 \dots$
Cách 2: $x^2(x-2) = 81 - 90x + 25x^2 \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - 25x^2 + 90x - 81 = 0$
 $\Leftrightarrow x^3 - 27x^2 + 90x - 81 = 0 \Leftrightarrow x^3 - 3 \cdot 3x^2 + 3 \cdot 9 \cdot x - 27 = 0$
 $\Leftrightarrow (x-3)^3 - 9(2x^2 - 7x + 6) = 0 \dots$

Câu 4

a) Chứng minh ba điểm A; E; F thẳng hàng

Xét $\triangle BNF$ ta có $\widehat{BMA} = 90^\circ$ (nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \widehat{BMN} = 90^\circ \Rightarrow NM \perp BF$ nên MN là đường cao

$BC \perp NF$ (gt) Nên BC là đường cao

mà BC cắt MN tại A nên A là trực tâm $\Rightarrow FA$ thuộc đường cao thứ ba nên $FA \perp BN$ mà $\widehat{BEA} = 90^\circ$ (nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow EA \perp BN$ theo σ clit thì qua A kẻ được duy nhất 1 đường thẳng vuông góc với BN nên ba điểm A; E; F thẳng hàng

Chứng minh tứ giác MENF nội tiếp

ta có $\widehat{FEN} = 90^\circ$ ($FE \perp BN$)

$\widehat{FMN} = 90^\circ$ ($MN \perp BF$) $\Rightarrow \widehat{FEN} = \widehat{FMN} = 90^\circ$

Mà E và M nằm về nửa mặt phẳng bờ là bốn điểm N; E; M; F Thuộc đường tròn kính MN hay tứ giác MENF nội tiếp

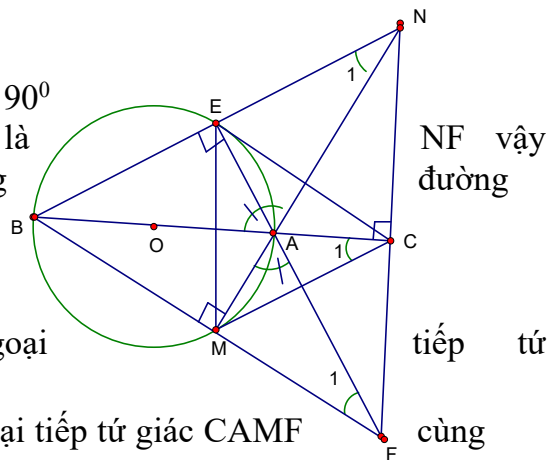
b) Chứng minh: $AM \cdot AN = 2R^2$

Xét $\triangle BAN$ và $\triangle MAC$ ta có

$\widehat{N}_1 = \widehat{F}_1$ (góc nội tiếp của đường tròn ngoại tiếp tứ giác NEMF cùng chắn cung EM) (1)

$\widehat{F}_1 = \widehat{C}_1$ (góc nội tiếp của đường tròn ngoại tiếp tứ giác CAMF chắn cung AM) (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{N}_1 = \widehat{C}_1 (= \widehat{F}_1)$ (*)

Mà $\widehat{BAN} = \widehat{MAC}$ (đối đỉnh) (**) từ (*) và (**) ta có $\triangle BAN$ đồng dạng với



	$\Delta MAC (g.g) \Rightarrow \frac{MA}{AB} = \frac{AC}{AN} \Rightarrow AM.AN = AB . AC = 2R.R=2R^2$ c) $S_{\Delta BNF} = \frac{1}{2} BC.NF$ vì $BC = 2R$ nên $\Rightarrow S_{\Delta BNF}$ nhỏ nhất khi NF nhỏ nhất $S_{\Delta BMA}$ lớn nhất ; vì BA cố định ; M thuộc cung tròn AB nên $S_{\Delta BMA}$ lớn nhất khi BAM là tam giác cân $\Rightarrow M$ là điểm chính giữa của Cung BA
Câu 5	$\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} + \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} > 1$ $\Leftrightarrow [c(a^2 + b^2 - c^2) + 2abc] + [a(b^2 + c^2 - a^2) - 2abc] + [b(a^2 + c^2 - b^2) - 2abc] > 0$ $\Leftrightarrow c[(a+b)^2 - c^2] + a[(b-c)^2 - a^2] + b[(a-c)^2 - b^2] > 0$ $\Leftrightarrow c(a+b-c)(a+b+c) + a(b-c-a)(b-c+a) + b(a-c-b)(a-c+b) > 0$ $\Leftrightarrow c(a+b-c)(a+b+c) + a(b-c-a)(a+b-c) + b(a-c-b)(a+b-c) > 0$ $\Leftrightarrow (a+b-c)[c.(a+b+c) + a(b-c-a) + b(a-c-b)] > 0$ $\Leftrightarrow (a+b-c)[ca+cb+c^2+ab-ac-a^2+ba-bc-b^2] > 0$ $\Leftrightarrow (a+b-c)[c^2+ab-a^2+ba-b^2] > 0$ $\Leftrightarrow (a+b-c)[c^2-a^2+2ba-b^2] > 0$ $\Leftrightarrow (a+b-c)[c^2-(a^2-2ba+b^2)] > 0$ $\Leftrightarrow (a+b-c)[c^2-(a-b)^2] > 0$ $\Leftrightarrow (a+b-c)(c-a+b)(c+a-b) > 0$ đúng .vì $a;b;c$ là độ dài ba cạnh của tam giác ta có : $a + b > c$ suy ra $a + b - c > 0$; tương tự ta có $c + b - a = c - a + b > 0$ và $c + a - b > 0$ nhân với với vế ba bất đẳng thức nói trên ta có $(a + b - c)(c - a + b)(c + a - b) > 0$ nên bất đẳng thức đầu đúng ĐPCM