

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2 điểm):

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm:

Câu 1. Điều kiện để biểu thức $\sqrt{\frac{1}{2018-x}}$ có nghĩa là

A. $x \neq 2018$

B. $x \geq 2018$

C. $x < 2018$

D. $x \leq 2018$

Câu 2. Nếu $a < 0$ và $b < 0$ thì $\sqrt{\frac{a}{b}}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

B. $\frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{-b}}$

C. $\frac{1}{b}\sqrt{ab}$

D. $\frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{b}}$

Câu 3. Đồ thị của hàm số $y = (m - 2019)x + m + 2018$ (m là tham số) tạo với trục Ox một góc nhọn khi và chỉ khi

A. $m < 2018$

B. $m > 2019$

C. $m > -2018$

D. $m < 2019$

Câu 4. Phương trình nào sau đây có 2 nghiệm dương?

A. $x^2 - x + 2 = 0$

B. $x^2 - x - 2 = 0$

C. $x^2 - 5x + 2 = 0$

D. $x^2 + 5x + 2 = 0$

Câu 5. Hàm số $y = (m - 1 - m^2)x^2$ (m là tham số) đồng biến khi

A. $x \geq 0$

B. $x \leq 0$

C. $x > 0$

D. $x < 0$

Câu 6. Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài. Số tiếp tuyến chung của hai đường tròn đó là

A. 1

B. 2

C. 3

D. 1 hoặc 3

Câu 7. Cho góc nhọn α , biết $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. Khi đó $\cot \alpha$ bằng

A. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{4}{5}$

C. $\frac{5}{4}$

D. $\frac{4}{3}$

Câu 8. Cho hình nón có bán kính đáy là 6cm, chiều cao là 8cm. Diện tích xung quanh của hình nón là

A. $60\pi \text{ cm}^2$

B. $24\pi \text{ cm}^2$

C. $48\pi \text{ cm}^2$

D. $50\pi \text{ cm}^2$

II. PHẦN TỰ LUẬN (8 điểm):

Câu 1 (1,5 điểm) Cho biểu thức: $P = \left(\frac{x}{x\sqrt{x}-4\sqrt{x}} - \frac{6}{3\sqrt{x}-6} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) : \left(\sqrt{x}-2 + \frac{10-x}{\sqrt{x}+2} \right)$ với $x > 0$; $x \neq 4$

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tìm các giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức $Q = (-\sqrt{x}-1) \cdot P$ đạt giá trị nguyên.

Câu 2 (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m-3)x - 2m + 5 = 0$ (m là tham số) (1)

a) Giải phương trình với $m = -1$

b) Tìm các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1 ; x_2 thỏa mãn:

$$[x_1^2 - 2(m-3)x_1 - 2m + 3] \cdot [x_2^2 - 2(m-3)x_2 - 2m + 3] = m^2 - 3m + 6$$

Câu 3 (1,0 điểm): Giải hệ phương trình (I)
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} = \sqrt{y} + \frac{3}{\sqrt{y}} \\ 2x - \sqrt{xy} - 1 = 0 \end{cases}$$

Câu 4 (3,0 điểm): Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài đường tròn (O) . Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB , AC với đường tròn (O) (B và C là các tiếp điểm). Đường thẳng CO cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là D ; đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E ; đường thẳng BE cắt AO tại F ; H là giao điểm của AO và BC .

a) Chứng minh: $AE \cdot AD = AH \cdot AO = AB^2$ và chứng minh: tứ giác $ODEH$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh: HE vuông góc với BF .

c) Chứng minh: $\frac{HC^2}{AF^2 - EF^2} - \frac{DE}{AE} = 1$

Câu 5 (1,0 điểm) Giải phương trình: $(x^2 - 3x + 2) \sqrt{\frac{x+3}{x-1}} = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{15}{2}x - 11$

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (mỗi câu cho 0,25 điểm):

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
C	B	B	C	D	C	D	A

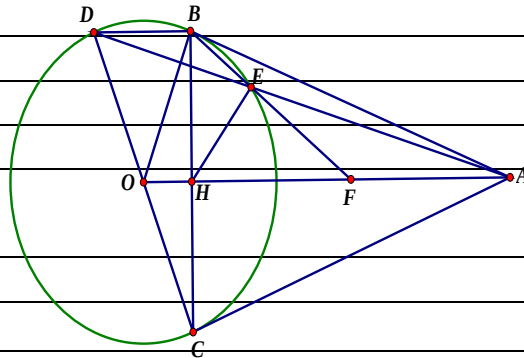
II. PHẦN TỰ LUẬN (8 điểm):

Câu 1 (1,5 điểm):

Rút gọn biểu thức: $P = \left(\frac{x}{x\sqrt{x}-4\sqrt{x}} - \frac{6}{3\sqrt{x}-6} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) : \left(\sqrt{x}-2 + \frac{10-x}{\sqrt{x}+2} \right)$ với $x > 0; x \neq 4$

Với $x > 0; x \neq 4$ ta có:	
$P = \left(\frac{x}{x\sqrt{x}-4\sqrt{x}} - \frac{6}{3\sqrt{x}-6} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) : \left(\sqrt{x}-2 + \frac{10-x}{\sqrt{x}+2} \right)$	
$= \left[\frac{x}{\sqrt{x}(x-4)} - \frac{6}{3(\sqrt{x}-2)} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right] : \frac{x-4+10-x}{\sqrt{x}+2}$	0,25đ
$= \left[\frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right] : \frac{6}{\sqrt{x}+2}$	0,25đ
$= \frac{\sqrt{x}-2(\sqrt{x}+2)+\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} : \frac{6}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}-2\sqrt{x}-4+\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} : \frac{6}{\sqrt{x}+2}$	0,25đ
$= \frac{-6}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{6}$ $= \frac{-1}{\sqrt{x}-2}$ và kết luận.....	0,25đ
b) Tìm các giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức $Q = (-\sqrt{x}-1).P$ đạt giá trị nguyên.	
Với $x > 0; x \neq 4$. Ta có $Q = (-\sqrt{x}-1).P = (-\sqrt{x}-1) \cdot \frac{-1}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} = 1 + \frac{3}{\sqrt{x}-2}$ Nếu x không là số chính phương $\Rightarrow \sqrt{x}$ là số vô tỉ $\Rightarrow Q$ không nguyên	0,25đ
Nếu x là số chính phương $\Rightarrow \sqrt{x}$ là số nguyên $\Rightarrow Q$ nguyên $\Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}-2}$ nguyên $\Leftrightarrow \sqrt{x}-2 \in U(3)$ Giải ra tìm được các giá trị $x = 1; x = 9; x = 25$ Đối chiếu điều kiện và kết luận....	0,25đ
Câu 2 (1,5 điểm): Cho phương trình $x^2 - 2(m-3)x - 2m + 5 = 0$ (m là tham số)	
a) Giải phương trình với $m = -1$.	
Thay $m = -1$ vào phương trình (1) ta có	
$x^2 - 2(-1-3)x - 2(-1) + 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 8x + 7 = 0$	0,25đ
Tìm được $\Delta' = 16 - 7 = 9$	0,25đ
Tìm được $x_1 = -1; x_2 = -7$ và kết luận.....	0,25đ
b) Tìm các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn	

$[x_1^2 - 2(m-3)x_1 - 2m + 3] \cdot [x_2^2 - 2(m-3)x_2 - 2m + 3] = m^2 - 3m + 6$	
Khẳng định phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2 \Leftrightarrow m \neq 2$	0,25đ
Phương trình (1) có nghiệm là $x_1 \Leftrightarrow x_1^2 - 2(m-3)x_1 - 2m + 3 = -2$	
Phương trình (1) có nghiệm là $x_2 \Leftrightarrow x_2^2 - 2(m-3)x_2 - 2m + 3 = -2$	
$[x_1^2 - 2(m-3)x_1 - 2m + 3] \cdot [x_2^2 - 2(m-3)x_2 - 2m + 3] = m^2 - 3m + 6$ $\Leftrightarrow (-2) \cdot (-2) = m^2 - 3m + 6 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 = 0$	0,25đ
Giải phương trình tìm được $m = 1$ hoặc $m = 2$ Đối chiếu điều kiện có $m = 1$ và kết luận:.....	0,25đ
Câu 3 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình (I) $\begin{cases} \sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} = \sqrt{y} + \frac{3}{\sqrt{y}} \\ 2x - \sqrt{xy} - 1 = 0 \end{cases}$	
Điều kiện: $x > 0$ và $y > 0$ Có (I) $\begin{cases} \sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} = \sqrt{y} + \frac{3}{\sqrt{y}} \\ 2x - \sqrt{xy} - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\sqrt{y} + 3\sqrt{y} = \sqrt{xy} + 3\sqrt{x} \\ 2x - \sqrt{xy} - 1 = 0 \end{cases}$	0,25đ
$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{xy}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) - 3(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0 \\ 2x - \sqrt{xy} - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{xy} - 3) = 0 \\ 2x - \sqrt{xy} - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \\ \sqrt{xy} - 3 = 0 \\ 2x - \sqrt{xy} - 1 = 0 \end{cases}$	0,25đ
$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \\ 2x - \sqrt{xy} - 1 = 0 \\ \sqrt{xy} - 3 = 0 \\ 2x - \sqrt{xy} - 1 = 0 \end{cases}$ Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \\ 2x - \sqrt{xy} - 1 = 0 \end{cases}$ tìm được $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)	0,25đ
Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{xy} - 3 = 0 \\ 2x - \sqrt{xy} - 1 = 0 \end{cases}$ tìm được $\begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{9}{2} \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện) Kết luận:.....	0,25đ
Câu 4 (3,0 điểm):	
a) Chứng minh: $AE \cdot AD = AH \cdot AO$ và chứng minh: tứ giác ODEH nội tiếp đường tròn.	
Chỉ ra được $AE \cdot AD = AB^2$	0,25đ
Chỉ ra được $AH \cdot AO = AB^2$	0,25đ
$\Rightarrow AE \cdot AD = AH \cdot AO = AB^2$	0,25đ
Chứng minh được $\triangle AHE$ đồng dạng $\triangle ADO$	0,25đ
$\Rightarrow \widehat{EHA} = \widehat{ADO}$ Kết luận được tứ giác ODEH nội tiếp đường tròn	0,25đ
b) Chứng minh HE vuông góc với BF.	
Tứ giác ODEH nội tiếp $\Rightarrow \widehat{HED} + \widehat{HOD} = 180^\circ$	0,25đ
Chứng minh $BD \parallel AO \Rightarrow \widehat{BDO} + \widehat{HOD} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BDO} = \widehat{HED}$	0,25đ
Tam giác BCD vuông tại B $\Rightarrow \widehat{BDC} + \widehat{BCD} = 90^\circ$	0,25đ



Chỉ ra $\widehat{BCD} = \widehat{BED}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{BD}$)	
$\Rightarrow \widehat{HED} + \widehat{BED} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{HEB} = 90^\circ \Rightarrow HE \perp BF$ tại E	0,25đ
c) Chứng minh $\frac{HC^2}{AF^2 - EF^2} - \frac{DE}{AE} = 1$	
Chứng minh $HF^2 = FE.FB$, $AF^2 = FE.FB \Rightarrow HF^2 = AF^2$	
Chứng minh $HC^2 = HB^2 = BE.BF$	0,25đ
$\Rightarrow AF^2 - EF^2 = HF^2 - EF^2 = HE^2 = EB.EF$	
$\Rightarrow \frac{HC^2}{AF^2 - EF^2} = \frac{BE.BF}{BE.EF} = \frac{BF}{EF}$	0,25đ
Chứng minh $\triangle BDE$ đồng dạng $\triangle FAE \Rightarrow \frac{DE}{AE} = \frac{BE}{EF}$	
$\Rightarrow \frac{HC^2}{AF^2 - EF^2} - \frac{DE}{AE} = \frac{BF}{EF} - \frac{BE}{EF} = \frac{BF - BE}{EF} = \frac{EF}{EF} = 1$	0,25đ
Câu 5 (1,0 điểm) Giải phương trình: $(x^2 - 3x + 2)\sqrt{\frac{x+3}{x-1}} = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{15}{2}x - 11$ (Đk: $x \leq -3$ hoặc $x > 1$)	
Với $x \leq -3$ hoặc $x > 1$ ta có	
$(x^2 - 3x + 2)\sqrt{\frac{x+3}{x-1}} = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{15}{2}x - 11$	
$\Leftrightarrow [x(x-2) - (x-2)]\sqrt{\frac{x+3}{x-1}} = -\frac{1}{2}x^2(x-2) - x(x-2) + \frac{11}{2}(x-2)$	
$\Leftrightarrow (x-2)\left[(x-1)\sqrt{\frac{x+3}{x-1}} - \frac{11}{2} + \frac{1}{2}x^2 + x\right] = 0$	
$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ (x-1)\sqrt{\frac{x+3}{x-1}} - \frac{11}{2} + \frac{1}{2}x^2 + x = 0 \end{cases}$	
Giải $x-2=0 \Leftrightarrow x=2$ (tm điều kiện $x > 1$)	0,25đ
Giải $(x-1)\sqrt{\frac{x+3}{x-1}} - \frac{11}{2} + \frac{1}{2}x^2 + x = 0$	
$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 + 2(x-1)\sqrt{\frac{x+3}{x-1}} = 8$	
$\Leftrightarrow x^2 - x + 3x - 3 + 2(x-1)\sqrt{\frac{x+3}{x-1}} = 8$	
$\Leftrightarrow (x-1)(x+3) + 2(x-1)\sqrt{\frac{x+3}{x-1}} = 8$	
$\Leftrightarrow (x-1)^2 \cdot \frac{x+3}{x-1} + 2(x-1)\sqrt{\frac{x+3}{x-1}} = 8$	0,25đ
$\Leftrightarrow \left[(x-1)\sqrt{\frac{x+3}{x-1}} + 1\right]^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)\sqrt{\frac{x+3}{x-1}} = 2(1) \\ (x-1)\sqrt{\frac{x+3}{x-1}} = -4(2) \end{cases}$	
Giải (1): Với điều kiện $x \leq -3$ phương trình (1) vô nghiệm. Với điều kiện $x > 1$ bình phương hai vế của phương trình (1) ta có:	0,25đ

$(x-1)\sqrt{\frac{x+3}{x-1}} = 2 \Leftrightarrow (x-1)(x+3) - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 7 = 0$ Giải phương trình tìm được $x = -1 + 2\sqrt{2}$ (thỏa mãn điều kiện $x > 1$) ; $x = -1 - 2\sqrt{2}$ (không thỏa mãn điều kiện)	
Giải (2) Với điều kiện $x > 1$ phương trình (2) vô nghiệm. Với điều kiện $x \leq -3$ bình phương hai vế của phương trình (2) ta có: $(x-1)\sqrt{\frac{x+3}{x-1}} = -4 \Leftrightarrow (x-1)(x+3) - 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 19 = 0$ Giải phương trình tìm được $x = -1 + 2\sqrt{5}$ (không thỏa mãn điều kiện $x \leq -3$) ; $x = -1 - 2\sqrt{5}$ (thỏa mãn thỏa mãn điều kiện $x \leq -3$)	
Vậy tập hợp nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-1 - 2\sqrt{5} ; -1 + 2\sqrt{2}; 2\}$	0,25đ