

Bài 1 (2 điểm): Cho các biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2} \text{ và } B = \frac{x+12}{x-4} - \frac{4}{\sqrt{x}-2} \text{ với } x \geq 0 \text{ và } x \neq 4$$

a) Tính giá trị biểu thức A với $x = 64$

b) Rút gọn biểu thức B

c) Tìm các giá trị nguyên của x để biểu thức $\frac{A}{B}$ có giá trị nguyên.

Bài 2 (2,5 điểm):

1. *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Theo kế hoạch hai tổ được giao sản xuất 500 thiết bị y tế. Thực tế khi sản xuất tổ 1 đã làm vượt mức 10%, tổ 2 đã làm vượt mức 15% nên cả hai tổ đã làm được 560 thiết bị y tế. Hỏi theo kế hoạch mỗi tổ được giao sản xuất bao nhiêu thiết bị y tế.

2. Một người thợ dùng một đoạn dây thép dài 50cm để uốn và hàn thành một đường tròn (phần nối hàn không đáng kể). Tính đường kính của đường tròn đó.

Bài 3 (2,0 điểm):

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{2}{2x-1} + 3\sqrt{y-2} = 5 \\ \frac{4}{2x-1} - \sqrt{y-2} = 3 \end{cases}$$

2) Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 4 = 0$

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

b) Xác định giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 2.$$

Bài 4 (3 điểm) Hình học: Cho đường tròn (O) đường kính AB. M là điểm trên cung AB sao cho $MA < MB$. C là một điểm thuộc đoạn OB (C khác O, B). Đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt MB tại H và cắt tia AM tại điểm E.

a) Chứng minh tứ giác AMHC nội tiếp

b) Chứng minh $AM.AE = AB.AC$.

c) AH cắt BE tại điểm K. Từ E kẻ các tiếp tuyến EP, EQ với đường tròn (O) với P và Q là các tiếp điểm. Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác CMK đi qua điểm O và 3 điểm P, H, Q thẳng hàng.

Bài 5 (0,5 điểm): Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{5}{xy + yz + zx} + \frac{2}{x^2 + y^2 + z^2} > 20$$