

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = mx + n$ (1) (m, n là tham số, $m \neq 0$) có đồ thị là đường thẳng (d).

- Hãy chỉ ra hệ số góc của đường thẳng (d).
- Tìm điều kiện của m để hàm số (1) nghịch biến trên $\mathbf{R}$.
- Tìm m, n để đường thẳng (d) đi qua hai điểm $A(1;3)$ và $B(2;5)$.

Câu 2 (2,0 điểm). Cho biểu thức $S = \frac{2\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}} + \frac{3\sqrt{x}-14}{x-4}$ với $x > 0, x \neq 4$.

- Rút gọn $\frac{2\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}}$.
- Rút gọn biểu thức S .
- Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức S nhận giá trị nguyên.

Câu 3 (1,5 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Có 2 loại dung dịch muối ăn, một loại chứa 1% muối ăn và loại còn lại chứa 3,5% muối ăn. Hỏi cần lấy bao nhiêu cân dung dịch mỗi loại trên để hoà lẫn với nhau tạo thành 140 cân dung dịch chứa 3% muối ăn?

Câu 4 (4,0 điểm).

1. Cho đoạn thẳng $HK = 5\text{cm}$. Vẽ đường tròn tâm H , bán kính 2cm và đường tròn tâm K , bán kính 3cm .

- Xác định vị trí tương đối của hai đường tròn trên.
- Trên đoạn thẳng HK lấy điểm I sao cho $IK = 1\text{cm}$. Vẽ đường thẳng đi qua I và vuông góc với HK , đường thẳng này cắt đường tròn (K) tại hai điểm P, Q . Tính diện tích tứ giác $HPKQ$.

2. Một bể cá làm bằng kính dạng hình hộp chữ nhật có thể tích là 500dm^3 và chiều cao là 5dm (bỏ qua chiều dày của kính làm bể cá).

- Tính diện tích đáy của bể cá trên.
- Đáy của bể cá trên có thể có chu vi nhỏ nhất bằng bao nhiêu? Tại sao?

Câu 5 (0,5 điểm). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$T = \frac{1}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} + 1} + \frac{1}{\sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{c} + 1} + \frac{1}{\sqrt[3]{c} + \sqrt[3]{a} + 1}.$$

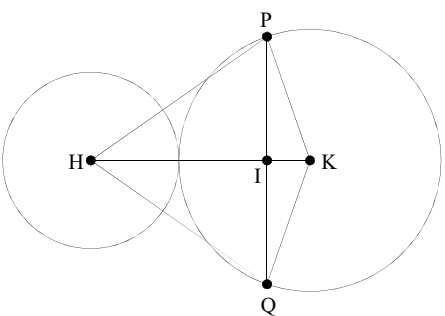
-----Hết-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Chữ kí của giám thị 1:..... Chữ kí của giám thị 2:.....

Câu	Đáp án	Điểm
1 (2,0 điểm)	a) (0,5 điểm)	
	Hệ số góc của đường thẳng (d) là m.	0,5
	b) (0,5 điểm)	
	Đề hàm số (1) nghịch biến trên R thì điều kiện là $m < 0$.	0,5
	c) (1,0 điểm)	
	Đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;3) \Rightarrow m + n = 3$ (*).	0,25
	Đường thẳng (d) đi qua điểm $B(2;5) \Rightarrow 2m + n = 5$ (**).	0,25
	Kết hợp (*) và (**) ta có hệ phương trình $\begin{cases} m + n = 3 \\ 2m + n = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ 2 + n = 3 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 1 \end{cases}$.	0,25
2 (2,0 điểm)	a) (0,5 điểm)	
	$\frac{2\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}$	0,25
	$= \frac{2}{\sqrt{x} - 2}$.	0,25
	b) (1,0 điểm)	
	$S = \frac{2\sqrt{x}}{x - 2\sqrt{x}} + \frac{3\sqrt{x} - 14}{x - 4} = \frac{2}{\sqrt{x} - 2} + \frac{3\sqrt{x} - 14}{x - 4}$	0,25
	$= \frac{2}{\sqrt{x} - 2} + \frac{3\sqrt{x} - 14}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{2(\sqrt{x} + 2) + 3\sqrt{x} - 14}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$	0,25
	$= \frac{2\sqrt{x} + 4 + 3\sqrt{x} - 14}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{5\sqrt{x} - 10}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$	0,25
	$= \frac{5(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{5}{\sqrt{x} + 2}$.	0,25
	c) (0,5 điểm)	
	Vì $\sqrt{x} + 2 > 2$ với $x > 0$ nên $0 < \frac{5}{\sqrt{x} + 2} < \frac{5}{2}$. Do đó S có thể nhận hai giá trị nguyên là 1 và 2.	0,25
	* $S = 1 \Leftrightarrow \frac{5}{\sqrt{x} + 2} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} + 2 = 5 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9$ (thỏa mãn điều kiện).	0,25

	$* S = 2 \Leftrightarrow \frac{5}{\sqrt{x} + 2} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} + 2 = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$ Vậy $x \in \left\{ \frac{1}{4}; 9 \right\}$.	
3 (1,5 điểm)	Gọi khối lượng dung dịch chứa 1% muối ăn và khối lượng dung dịch chứa 3,5% muối ăn lần lượt là x và y (cân, x, y > 0).	0,25
	Vì cần 140 cân dung dịch 3% muối ăn nên ta có phương trình $x + y = 140$ (1).	0,25
	Khối lượng muối ăn trong dung dịch 1% là $\frac{1}{100}x$ (cân), khối lượng muối ăn trong dung dịch 3,5% là $\frac{3,5}{100}y$ (cân), khối lượng muối ăn trong dung dịch 3% là $\frac{3}{100} \cdot 140 = 4,2$ (cân). Từ đó ta có phương trình $\frac{1}{100}x + \frac{3,5}{100}y = 4,2 \Leftrightarrow x + 3,5y = 420$ (2).	0,25
	Kết hợp (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 140 \\ x + 3,5y = 420 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 140 \\ 2,5y = 280 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 112 = 140 \\ y = 112 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 28 \\ y = 112 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$	0,25
	Vậy cần phải lấy 28 cân dung dịch 1% muối ăn và 112 cân dung dịch 3,5% muối ăn.	0,25
4 (4,0 điểm)	1. (2,5 điểm)	
	 Vẽ hình đúng để làm được ý a: 0,5 điểm.	0,5
	a) (1,0 điểm)	
	Tổng hai bán kính là: $r + R = 2 + 3 = 5$ (cm).	
	Độ dài đoạn nối tâm: $HK = 5$ (cm).	0,5
	Suy ra: Độ dài đoạn nối tâm bằng tổng hai bán kính. Do đó hai đường tròn tiếp xúc ngoài với nhau.	0,5
	b) (1,0 điểm)	
	Vì $PQ \perp HK$ nên I là trung điểm của PQ.	0,25
	Áp dụng định lý Pi-ta-go cho tam giác vuông IPK ta có $PI = \sqrt{PK^2 - IK^2} = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2}$ (cm).	0,25
	Suy ra $PQ = 2 \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ (cm).	0,25
	Do đó diện tích tứ giác HPKQ là $S = \frac{1}{2} \cdot HK \cdot PQ = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$ (cm ²).	0,25

	2) (1,5 điểm)	
	a) (1,0 điểm)	
	Diện tích đáy của bể cá là $S = \frac{V}{h}$.	0,5
	Thay số $S = \frac{500}{5} = 100 \text{ (dm}^2\text{)}$.	0,5
	b) (0,5 điểm)	
	Gọi a, b là độ dài hai cạnh của đáy bể cá (dm, a, b > 0). Theo kết quả ý a) thì $ab = 100 \text{ (dm}^2\text{)}$.	0,25
	Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có $2(a + b) \geq 2.2\sqrt{ab} = 4\sqrt{100} = 40$. Dấu bằng xảy ra khi $a = b = 10$. Vậy đáy của bể cá có thể có chu vi nhỏ nhất bằng 40 (dm).	0,25
5 (0,5 điểm)	Đặt $\sqrt[3]{a} = x^3, \sqrt[3]{b} = y^3, \sqrt[3]{c} = z^3 \Rightarrow x, y, z > 0$ và $xyz = 1$. Ta có $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 + y^2 - xy) \geq xy(x + y)$ do $x^2 + y^2 \geq 2xy$ theo Cô-si. Từ đó suy ra $\frac{1}{x^3 + y^3 + 1} \leq \frac{xyz}{xy(x + y) + xyz} = \frac{z}{x + y + z}$ (1)	0,25
	Tương tự: $\frac{1}{y^3 + z^3 + 1} \leq \frac{x}{x + y + z}$ (2); $\frac{1}{z^3 + x^3 + 1} \leq \frac{y}{x + y + z}$ (3)	
	Cộng vế với vế của 3 bất đẳng thức (1); (2) và (3) có: $T = \frac{1}{x^3 + y^3 + 1} + \frac{1}{y^3 + z^3 + 1} + \frac{1}{x^3 + z^3 + 1} \leq \frac{x + y + z}{x + y + z} = 1$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $x = y = z = 1$ hay $a = b = c = 1$. Vậy T đạt giá trị lớn nhất bằng 1.	0,25

-----Hết-----